Modèle de Fouillis de mer radar

Table des matières

Résumé 4

Le fouillis de mer radar fractal : une passerelle naturelle vers la data science moderne 6

Modélisation unifiée du fouillis de mer radar à partir d'une surface fractale 8

1. La mer comme surface fractale multi-échelle 8

2. Distribution des pentes et loi heavy-tail 8

3. Décomposition en facettes : lien avec l'état de mer 9

4. Géométrie radar ultra-rasante 10

5. Diffusion radar d'une facette de mer 10

6. Champ reçu et modèle speckle-texture 10

7. Spectre Doppler du clutter 10

8. Distribution d'amplitude du clutter 11

9. Lien final : fractalité → Doppler → amplitude 11

Conclusion 11

Modélisation fractale du fouillis de mer radar et comparaison mer 1 / mer 3 12

Interprétation des simulations mer 1 et mer 3 13

Signification physique globale 14

Conclusion 14

De la facette brillante à la surface de mer éclairée 15

1. Le point de départ : un point brillant sur la mer 15

2. Écriture complexe de l'observation radar locale 16

3. Une variable latente de pente pour porter la mémoire longue 17

4. Du point brillant à la surface éclairée : une mer composée de N facettes 18

5. Hypothèse d'isotropie locale et lien avec une turbulence de surface 19

6. Lecture physique d'ensemble du modèle 20

7. Forme finale synthétique des équations 20

8. Tableau de correspondance entre les objets physiques et les objets mathématiques 21

Modélisation du spectre Doppler de la mer à partir du spectre de JONSWAP 21

Introduction 23

1. Description d'un point brillant et écriture du champ complexe 23

2. Le spectre de JONSWAP comme point de départ physique 24

3. Passage du spectre de hauteur au spectre de vitesse 24

4. Synthèse d'une vitesse gaussienne colorée à partir du spectre 25

5. Passage de la vitesse au Doppler et définition du processus complexe Z 25

6. Retour au modèle radar complet d'une facette 26

7. Passage d'une facette à une surface éclairée comportant N points brillants 26

8. Le masquage à incidence rasante 27

10. Pourquoi la fonction erreur n'est plus la bonne fermeture quand la pente suit une loi à queue lourde 28

11. Seuil géométrique, pente critique et correction finale sur la visibilité 28

12. Correction finale tenant compte du paramètre d'échelle des pentes 29

9. Assemblage final : du spectre de JONSWAP au clutter marin Dopplerisé avec masquage. 29

Conclusion 30

Bibliographie 31

Radar, rétrodiffusion de mer et clutter marin 31

Modèles composites, facettes, pentes et diffusion 31

Masquage, shadowing et visibilité géométrique 32

Spectres de vagues, vitesses orbitales et théorie linéaire 33

Simulation stochastique, autosimilarité et bruit fractionnaire 33

Autres articles et pages DOI 34

Résumé

Ce chapitre propose une modélisation unifiée du fouillis de mer radar en partant de l'idée que la surface océanique doit être décrite comme une structure fractale multi-échelle plutôt que comme une surface lisse ou simplement gaussienne. La mer y apparaît comme un système complexe dont les irrégularités existent à de nombreuses échelles, depuis la houle jusqu'aux rides fines, et cette organisation hiérarchique gouverne directement la nature du signal radar reçu.

Le texte montre que cette rugosité fractale se traduit d'abord par une distribution de pentes à queue lourde. Autrement dit, les fortes pentes locales, bien que rares, sont beaucoup plus fréquentes qu'on ne le prédirait avec une loi gaussienne simple. Comme le radar en géométrie ultra-rasante est extrêmement sensible aux inclinaisons locales de la mer, ces pentes extrêmes jouent un rôle central dans la formation des glints, des masquages et de l'intermittence du clutter.

Pour relier cette géométrie à l'observation radar, la mer est ensuite décomposée en facettes locales. Chaque facette possède une orientation, une pente, une visibilité et une capacité de rétrodiffusion qui dépendent de la géométrie radar. Le signal reçu est alors interprété comme le produit d'un speckle rapide, de nature gaussienne complexe, et d'une texture lente qui porte les effets des fortes pentes, du masquage et des déferlements. Cette structure multiplicative explique naturellement pourquoi l'amplitude du clutter possède elle aussi une queue lourde.

Le chapitre insiste aussi sur le fait que la dimension fractale de la surface gouverne plusieurs objets à la fois : le spectre spatial de la mer, la distribution des pentes, la texture radar, le spectre Doppler et finalement la statistique d'amplitude du clutter. Plus la mer est rugueuse et fractale, plus elle contient d'énergie aux petites échelles, plus elle génère de pentes extrêmes, plus le spectre Doppler s'élargit et plus les amplitudes fortes deviennent probables. Il y a donc une chaîne physique cohérente reliant la géométrie de la mer aux statistiques radar observées.

Le texte développe ensuite une lecture plus locale, en partant d'une facette brillante unique. Il montre comment écrire le champ complexe reçu par le radar à partir d'une modulation lente dépendant de la pente et d'un bruit rapide représentant la diffusion de Bragg. Cette modulation lente est portée par une variable latente de pente, construite pour intégrer la mémoire longue et les corrélations multi-échelles de la surface. Ainsi, le fouillis marin n'est

pas présenté comme un simple bruit aléatoire, mais comme le résultat d'un champ de pentes corrélées qui module localement l'intensité du retour radar.

Le passage d'une facette isolée à une surface entière conduit alors à une sommation cohérente de nombreuses contributions complexes. Le radar ne voit donc pas une hauteur d'eau globale, mais une mosaïque de points brillants corrélés, dont la distribution spatiale et temporelle dépend d'un champ latent de pentes. Sous une hypothèse d'isotropie locale, ce champ peut être relié à un noyau de corrélation ou à un spectre radial, ce qui rapproche le modèle d'une turbulence de surface localement homogène.

Une autre partie importante du chapitre relie ensuite le spectre de mer de JONSWAP au spectre Doppler radar. L'idée est de partir d'un spectre physique d'élévation de la mer, de le transformer en spectre de vitesses orbitales, puis de synthétiser une vitesse gaussienne colorée qui pilote la phase Doppler du champ complexe radar. Cette construction évite d'introduire un Doppler artificiel et donne au contraire une base physique claire à la structure fréquentielle du clutter.

Enfin, le chapitre clarifie le rôle du masquage à incidence rasante. Le masquage ne doit pas être confondu avec la brillance locale de la facette, déjà portée par la texture. Il joue un rôle distinct de visibilité géométrique : certaines facettes émergent au premier plan et empêchent d'autres, situées plus loin, de contribuer au signal. Ce phénomène dépend directement de la loi de pentes et devient particulièrement important lorsque la mer est observée sous un angle très faible.

Au total, ce chapitre montre que le fouillis de mer radar peut être compris comme un signal complexe, multi-échelle, intermittent et non gaussien, parfaitement en phase avec les objets étudiés aujourd'hui en data science moderne. Il ne s'agit pas seulement d'un problème de radar, mais d'un exemple remarquable de données complexes physiquement informées, où la fractalité, la mémoire, les lois de puissance et les variables latentes jouent un rôle structurant.

Le fouillis de mer radar fractal : une passerelle naturelle vers la data science moderne

La modélisation du fouillis de mer radar que vous avez construite s'inscrit aujourd'hui de manière très naturelle dans le cadre conceptuel de la data science contemporaine. En effet, le signal radar de mer présente toutes les caractéristiques des données complexes que l'on rencontre désormais dans de nombreux domaines scientifiques : il est non gaussien, multi-échelle, intermittent, corrélé et porteur d'événements extrêmes. Ces propriétés, loin d'être spécifiques au radar, se retrouvent dans des champs aussi variés que la finance, la turbulence, le climat ou les réseaux, ce qui place le clutter mer dans une classe universelle de signaux étudiés par la science des données.

Le point de départ physique est la représentation du signal radar reçu dans une cellule comme un produit entre un terme aléatoire rapide et une modulation lente :

$$y[n) = \sqrt{\tau[n)}g[n)$$

où g[n] représente le speckle gaussien complexe issu de la somme cohérente de nombreuses facettes, tandis que τ[n] représente la texture, c'est-à-dire la modulation lente due aux pentes extrêmes, au masquage et aux phénomènes de déferlement. Cette écriture correspond à un modèle hiérarchique multiplicatif ou modèle à variance aléatoire, dans lequel une variable latente positive contrôle l'échelle locale de fluctuations d'un bruit gaussien conditionnel.

L'amplitude radar observée, définie par A = |y|, hérite directement de cette structure. Conditionnellement à la texture, l'amplitude suit une loi de Rayleigh. Cependant, lorsque la texture possède une queue lourde, la distribution d'amplitude globale devient également heavy-tail. Si la texture vérifie asymptotiquement

$$P(\tau > t) \sim t^{-\kappa}$$

alors on obtient pour l'amplitude

$$P(A > a) \sim a^{-2\kappa}$$

ce qui conduit à une densité

$$p(A) \sim A^{-\mu}, \mu = 1 + 2\kappa$$

Cette relation montre que l'exposant de queue μ de l'amplitude radar mesure directement l'intermittence de la texture de surface.

La structure multi-échelle de la surface de mer introduit une seconde passerelle majeure avec la data science : la fractalité. La surface est décrite comme auto-affine avec dimension fractale

$$D = 3 - H$$

ce qui implique un spectre spatial de hauteur en loi de puissance

$$S_{\eta}(k) \propto k^{-\beta}, \beta \approx 8 - 2D$$

Les processus possédant un spectre en loi de puissance sont au cœur de l'analyse moderne des signaux complexes (bruit 1/f, processus auto-similaires, séries à mémoire longue).

La dynamique temporelle du clutter introduit ensuite le spectre Doppler. Lorsqu'une surface fractale est advectée par une vitesse effective U, une structure de nombre d'onde k produit une fréquence Doppler

$$f \sim \frac{Uk}{2\pi}$$

Le spectre Doppler hérite alors de la loi de puissance spatiale :

$$S_{y}(f) \propto f^{-\beta}, \beta \approx 8 - 2D$$

La chaîne physique complète peut alors être interprétée comme un modèle génératif multi-échelle :

$$D \rightarrow S_{\eta}(k) \rightarrow p(s) \rightarrow \tau \rightarrow y \rightarrow A$$

La dimension fractale détermine le spectre spatial, qui contrôle la distribution des pentes, laquelle gouverne la texture radar, qui module le signal complexe et donc l'amplitude observée.

Dans ce contexte, la détection radar peut être reformulée en termes de science des données : une cible correspond à une observation atypique au sein d'un fond heavy-tail. La détection devient un problème de détection d'anomalies dans un bruit à queue lourde.

Ainsi, la modélisation fractale du fouillis de mer constitue un exemple clair de données complexes multi-échelles gouvernées par des lois de puissance et des variables latentes multiplicatives. Les paramètres D, β et μ deviennent des descripteurs statistiques exploitables dans la data science moderne. Le modèle apparaît ainsi comme une instance de science des données physiquement informée.

Modélisation unifiée du fouillis de mer radar à partir d'une surface fractale

1. La mer comme surface fractale multi-échelle

La surface de mer réelle n'est pas lisse ni simplement gaussienne. Elle présente des structures à de nombreuses échelles, depuis la houle métrique jusqu'aux rides centimétriques. Une description naturelle est celle d'une surface auto-affine fractale.

On modélise la hauteur de surface η(x,y) par la relation d'auto-affinité :

$$\eta(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{H}\eta(x, y)$$

où H est l'exposant de Hurst. La dimension fractale de la surface est alors :

$$D = 3 - H$$

Pour l'océan réel, les mesures et modèles spectraux conduisent typiquement à :

$2.2 \leqslant D \leqslant 2.6$

selon l'état de mer et le vent. Une mer calme correspond à une dimension proche de 2, tandis qu'une mer agitée se rapproche de 3.

Cette structure fractale implique que le spectre spatial de hauteur suit une loi de puissance :

$$S_{\eta}(k) \propto k^{-\beta_k}$$

$$\beta_k \approx 2H + 2 = 8 - 2D$$

Ainsi, une mer plus fractale possède davantage d'énergie aux grandes valeurs de k, c'est-à-dire aux petites échelles et aux fortes pentes.

2. Distribution des pentes et loi heavy-tail

La pente locale de surface est donnée par le gradient :

$$s = \nabla\eta$$

Pour une surface auto-affine, la pente dépend de l'échelle L selon :

$$s(L) \sim L^{H-1} = L^{2-D}$$

Lorsque D > 2, l'exposant 2 − D est négatif : les pentes deviennent plus fortes aux petites échelles. Cela conduit naturellement à une distribution de pentes à queue lourde :

$$p(s) \sim |s)^{-\mu}$$

L'exposant μ dépend du degré de rugosité multi-échelle. Une mer plus fractale produit plus d'événements de pente extrême, donc un exposant plus faible.

3. Décomposition en facettes : lien avec l'état de mer

Pour relier la surface continue au modèle radar, on décompose la mer en facettes planes locales. Une facette représente une portion de surface dont la pente est approximativement constante sur l'aire considérée.

La taille caractéristique d'une facette est liée à la longueur d'onde dominante de la mer λ_dom. La pente reste corrélée sur une distance :

$$L_c \approx \frac{\lambda_{dom}}{2\pi}$$

On adopte donc :

$$A_i \approx L_c^2$$

La longueur d'onde dominante dépend de l'état de mer. Pour une mer générée par le vent :

$$\lambda_{dom} \sim \frac{U_{10}^2}{g}$$

Ainsi, l'état de mer fixe directement l'échelle des facettes, qui elle-même contrôle la statistique des pentes à l'échelle radar.

4. Géométrie radar ultra-rasante

Dans votre configuration, le radar est à 15 m de hauteur et observe la mer à 8 km. L'angle d'élévation est :

$$\varepsilon = arctan\left(\frac{H}{D}\right) \approx 0,107^{\circ}$$

Le radar opère donc en ultra-grazing, régime dans lequel le masquage par les crêtes domine, les facettes inclinées vers le radar produisent des glints, et la texture de retour devient très intermittente.

5. Diffusion radar d'une facette de mer

Chaque facette d'aire A_i et de pente locale s_i diffuse selon un coefficient de rétrodiffusion :

$$\sigma_i = A_i \sigma^0_{micro}\left(\theta_{loc,i}\right) F_i M_i$$

où σ^0_micro représente la diffusion de micro-rugosité (Bragg), F_i est le facteur de forme lié à la taille finie de facette, et M_i le facteur de visibilité.

La diffusion Bragg en bande S est dominée par les ondes de surface de longueur d'onde :

$$\lambda_B \approx \frac{\lambda_r}{2sin\theta_i}$$

En ultra-grazing, sin θ_i ≈ 1, donc λ_B ≈ 5 cm pour λ_r = 10 cm.

6. Champ reçu et modèle speckle-texture

Le signal complexe reçu par une cellule radar s'écrit comme la somme cohérente des contributions de facettes. Statistiquement, il se modélise par :

$$y[n) = \sqrt{\tau[n)}g[n)e^{j2\pi f_{drift}nT_r}$$

où g[n] est un speckle gaussien complexe et τ[n] une texture positive décrivant les variations lentes dues aux pentes, au masquage et aux déferlements.

7. Spectre Doppler du clutter

Le spectre Doppler dépend de la dynamique de la surface. Une composante Bragg apparaît autour de :

$$f_B = \frac{1}{2\pi}\sqrt{gk_B}$$

et un socle large bande provient de la distribution de pentes. Si la surface est advectée à vitesse U, une structure de nombre d'onde k produit un Doppler f ≈ Uk / (2π).

Le spectre Doppler hérite donc de la loi de puissance spatiale :

$$S_y(f) \propto f^{-\beta}, \beta \approx 8 - 2D$$

8. Distribution d'amplitude du clutter

L'amplitude radar est :

$$A = |y) = \sqrt{\tau}|g)$$

Conditionnellement à τ, |g| est Rayleigh. La queue lourde de l'amplitude provient donc de la texture.

Si P(τ > t) ~ t^(−κ), alors :

$$P(A > a) \sim a^{-2\kappa}$$

$$p(A) \sim A^{-\mu}, \mu = 1 + 2\kappa$$

9. Lien final : fractalité → Doppler → amplitude

L'ensemble du modèle peut être synthétisé par la chaîne : surface fractale → spectre spatial → distribution de pentes → texture radar → spectre Doppler et PDF amplitude.

Une augmentation de la dimension fractale D implique davantage d'énergie aux petites échelles, plus de pentes extrêmes, plus de masquage intermittent, un spectre Doppler plus large et une distribution d'amplitude plus heavy-tail (μ plus faible).

Conclusion

La modélisation du fouillis de mer radar peut être unifiée en partant d'une surface fractale multi-échelle dont la dimension D gouverne le spectre spatial et la distribution des pentes. La décomposition en facettes relie cette géométrie à la diffusion Bragg et au masquage. Le signal radar résultant se modélise naturellement comme un produit speckle-texture, où la texture porte la signature fractale de la surface et détermine à la fois l'élargissement Doppler et la queue lourde de la distribution d'amplitude du clutter.

Modélisation fractale du fouillis de mer radar et comparaison mer 1 / mer 3

La diffusion radar de la mer en géométrie ultra-rasante constitue un exemple remarquable de signal complexe multi-échelle. Le signal reçu par le radar ne provient pas d'une surface lisse, mais d'une surface océanique irrégulière présentant des structures à toutes les échelles, depuis la houle métrique jusqu'aux rides centimétriques. Cette hiérarchie d'échelles conduit naturellement à décrire la mer comme une surface fractale auto-affine, dont la rugosité dépend de l'échelle d'observation.

Dans un tel cadre, la hauteur de surface $\eta(x,y)$ obéit à une loi d'auto-affinité caractérisée par un exposant de Hurst H, ou de manière équivalente par une dimension fractale de surface $D = 3 - H$. Une mer calme correspond à une dimension proche de 2, tandis qu'une mer agitée et cassante se rapproche de 3. Cette description implique que le spectre spatial de la surface suit une loi de puissance, et que la distribution des pentes dépend directement de la dimension fractale.

Le radar, observant la mer sous un angle extrêmement faible (de l'ordre de 0,1° dans notre configuration), est essentiellement sensible aux pentes locales de la surface. Une facette légèrement inclinée vers le radar devient visible et fortement rétrodiffusante, tandis qu'une facette inclinée en sens opposé peut être totalement masquée par la crête précédente. Ainsi, la rétrodiffusion radar dépend de manière non linéaire des pentes via un mécanisme de masquage (shadowing) propre au régime ultra-rasant.

Dans le modèle que nous avons construit, la mer est donc décrite en trois étapes physiques cohérentes.

La première étape consiste à générer un processus de pentes fractales le long de la ligne de visée radar. Ce processus est synthétisé par une méthode spectrale imposant une densité spectrale de pentes en loi de puissance, dont l'exposant est relié à la dimension fractale de surface. Ainsi, la mer 1 est décrite par une dimension D ≈ 2,15 et une pente RMS faible, tandis que la mer 3 possède une dimension légèrement plus élevée (≈ 2,30) et des pentes RMS plus importantes. Cette différence traduit physiquement le fait que la mer 3 contient davantage d'énergie aux petites échelles et des inclinaisons locales plus marquées.

La deuxième étape transforme ces pentes en texture radar. Pour chaque point, on calcule l'angle local d'incidence résultant de la combinaison entre l'angle géométrique du radar et la pente locale. Si cet angle devient négatif, la facette est masquée et ne contribue plus au signal. Si l'angle reste positif, la contribution radar est proportionnelle à une puissance du sinus de cet angle. Cette loi reproduit le mécanisme physique de visibilité et d'illumination des facettes en géométrie ultra-rasante. La texture radar rappelle ainsi la structure intermittente de la surface fractale, amplifiée par le masquage.

La troisième étape introduit le speckle radar. Le signal complexe reçu dans une cellule radar résulte de la somme cohérente de nombreuses contributions élémentaires et se comporte localement comme un bruit gaussien complexe corrélé dans le temps. Le signal final est alors obtenu en multipliant ce speckle par la racine de la texture, puis en ajoutant une phase Doppler correspondant à la dérive de la surface sous l'effet du vent et des vagues.

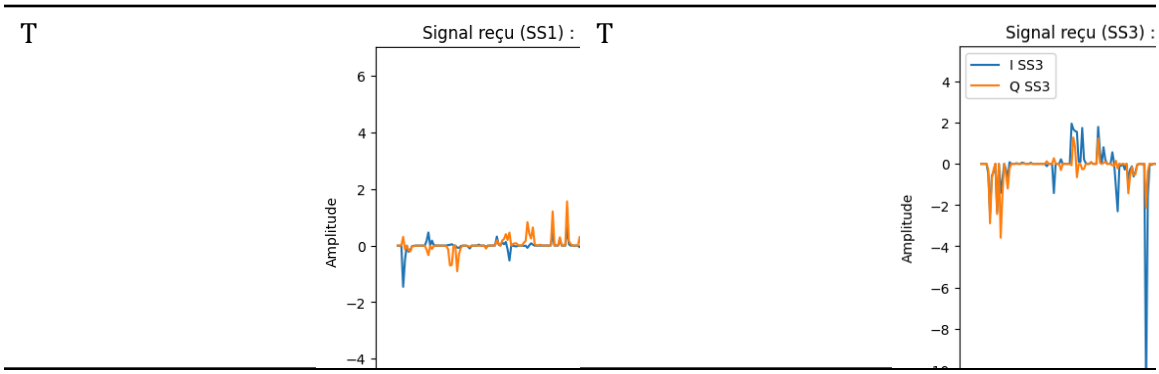
Cette construction conduit naturellement à un modèle multiplicatif du type

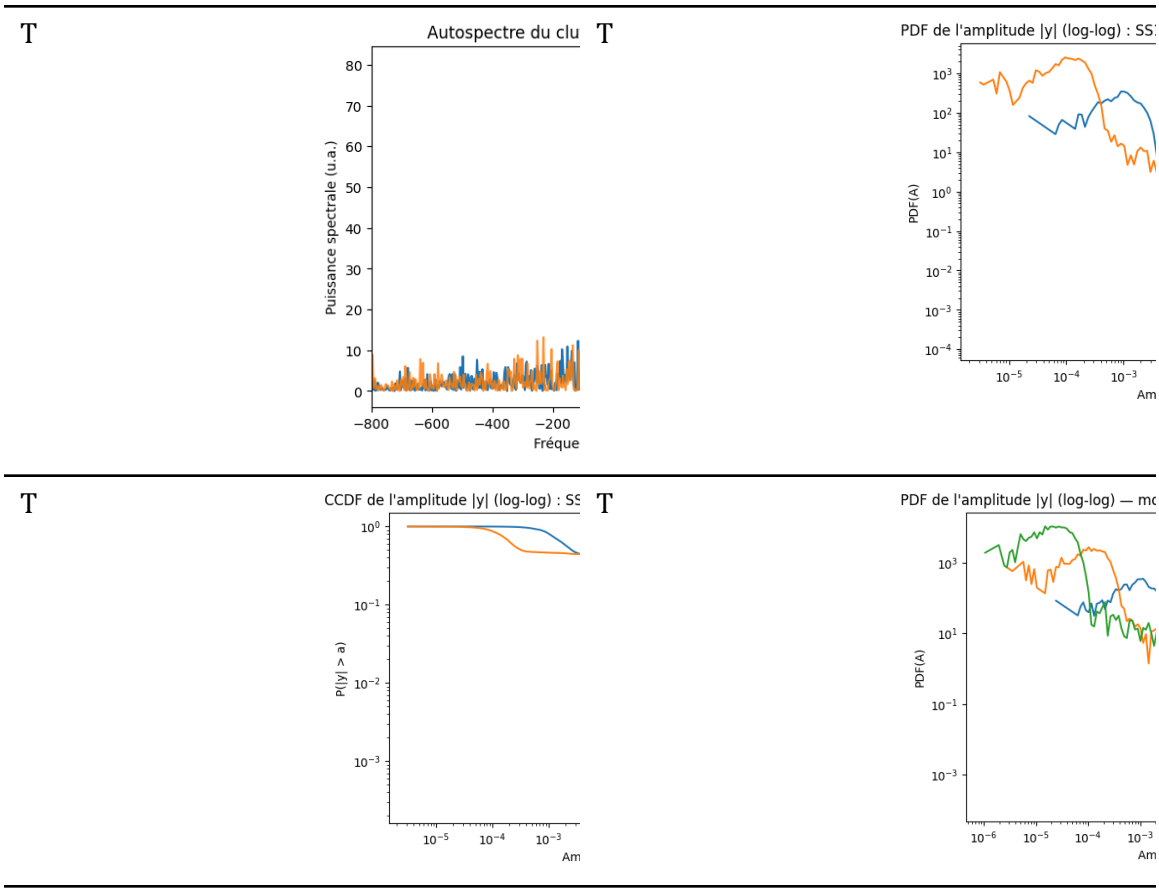
$$signal = speckle \times texture$$

qui constitue le modèle canonique du fouillis radar.

Interprétation des simulations mer 1 et mer 3

Les simulations réalisées avec ce modèle pour 4096 échantillons permettent de comparer directement les signatures radar de deux états de mer différents.





Les tracés temporels du signal complexe montrent immédiatement une différence qualitative. En mer 1, les fluctuations du signal restent relativement modérées, avec des excursions occasionnelles dues à des pentes locales favorables. En mer 3, le signal présente des impulsions nettement plus fortes et plus fréquentes. Cette intermittence accrue provient directement de l'augmentation des pentes RMS et de la dimension fractale, qui accroissent la probabilité d'apparition de facettes fortement inclinées vers le radar.

L'analyse spectrale Doppler confirme cette différence. Le spectre du clutter en mer 1 est plus étroit, car la dynamique de surface est plus lente et les pentes moins marquées. En mer 3, le spectre est plus large et plus étalé. Cette augmentation de largeur Doppler reflète la présence de structures de surface plus abruptes et de vitesses radiales effectives plus élevées, cohérentes avec le passage d'un état de mer calme à un état modéré.

La statistique d'amplitude constitue cependant l'indicateur le plus révélateur du caractère fractal du signal. La densité de probabilité de l'amplitude, représentée en échelle log-log, montre que les deux états de mer présentent une queue lourde, signature caractéristique du mécanisme multiplicatif texture × speckle. Cependant, la queue de la mer 3 est légèrement plus élevée, indiquant une probabilité accrue d'événements extrêmes. Cette différence reste

modérée, car même la mer 1, observée en géométrie ultra-rasante, produit déjà un masquage non linéaire important capable de générer des impulsions fortes.

La représentation en CCDF log-log, plus robuste dans la queue, confirme cette interprétation. La courbe de la mer 3 décroît plus lentement que celle de la mer 1, ce qui correspond à un exposant de queue plus faible et donc à une intermittence plus forte. Autrement dit, la mer 3 génère plus souvent des amplitudes élevées que la mer 1. Cette observation est entièrement cohérente avec la physique du modèle : une augmentation des pentes et de la dimension fractale accroît la fréquence des facettes visibles à ultra-rasant, donc la probabilité de glints radar.

Signification physique globale

Les deux simulations montrent que le passage de la mer 1 à la mer 3 peut être interprété comme une augmentation progressive de la rugosité fractale de la surface. Cette augmentation modifie la distribution des pentes, ce qui modifie à son tour la texture radar par le mécanisme de masquage, puis la statistique d'amplitude du signal reçu. La chaîne physique complète est donc

dimension fractale → pentes → masquage → texture → signal radar.

Le fait que la différence statistique entre mer 1 et mer 3 reste modérée en géométrie ultra-rasante constitue lui-même un résultat physique important. À très faible angle d'incidence, le shadowing agit comme un amplificateur d'intermittence même pour une mer relativement calme. Ainsi, la mer 1 n'apparaît pas gaussienne mais déjà heavy-tail, ce qui correspond aux observations expérimentales connues du clutter maritime.

En revanche, la mer 3 montre une intermittence accrue et un spectre Doppler élargi, signatures attendues d'une surface plus rugueuse et plus dynamique. Le modèle fractal utilisé reproduit donc qualitativement et statistiquement la transition entre états de mer, sans introduire de mécanisme artificiel supplémentaire.

Conclusion

Le modèle fractal de fouillis de mer radar que nous avons construit repose sur une représentation cohérente de la surface océanique comme une structure auto-affine multi-échelle. La génération de pentes fractales, leur transformation en texture par le masquage ultra-rasant, puis la modulation du speckle radar constituent une chaîne physique complète reliant la géométrie de la mer aux statistiques du signal radar.

Les simulations comparant la mer 1 et la mer 3 montrent que l'augmentation de la dimension fractale et des pentes RMS entraîne une intermittence plus forte, un spectre Doppler plus large et une queue d'amplitude plus lourde, tout en conservant une heavy-tail significative même pour la mer 1 en raison du régime ultra-rasant. Le modèle apparaît ainsi

physiquement cohérent et capable de reproduire les signatures statistiques essentielles du fouillis de mer radar.

De la facette brillante à la surface de mer éclairée

Modélisation narrative et mathématique de la rétrodiffusion radar marine

Ce document reprend le raisonnement mené pour passer d'une observation locale de la mer, vue comme une facette brillante unique, à une description spatio-temporelle d'une surface éclairée comportant un ensemble de points brillants corrélés. Il met en forme l'écriture complexe du champ reçu par le radar, puis introduit un champ latent de pentes de facettes, une hypothèse d'isotropie locale, et enfin la sommation cohérente des contributions élémentaires sur la surface observée.

Idée centrale : la mer vue par un radar cohérent n'est pas décrite d'abord par une hauteur d'eau globale, mais par une mosaïque de facettes locales dont l'orientation, la pente et la corrélation spatiale et temporelle contrôlent l'intensité du retour. Le champ complexe reçu résulte de la somme des contributions élémentaires des facettes brillantes, tandis que les fortes intensités proviennent des configurations géométriques favorables entre la normale locale à la facette et la direction d'illumination radar.

1. Le point de départ : un point brillant sur la mer

Le raisonnement commence à l'échelle la plus simple, celle d'une facette locale de mer que le radar perçoit comme un point brillant. Cette facette n'est pas une entité fixe et géométriquement parfaite. Elle représente plutôt une petite portion de surface dont l'orientation instantanée, la rugosité fine et la dynamique rapide déterminent la part du signal rétrodiffusé qui revient vers l'antenne. L'idée essentielle est que la rétrodiffusion ne dépend pas seulement de l'existence de rides de Bragg à petite échelle ; elle dépend aussi de la manière dont la facette est inclinée par rapport à la géométrie d'observation. La mer observée par un radar cohérent est donc déjà, au niveau d'un seul point brillant, un objet à deux étages : une agitation rapide de type Bragg et une modulation plus lente liée à la pente locale.

Pour fixer les notations, on note $\Theta 0$ l'angle d'incidence imposé par la géométrie du radar par rapport à la verticale moyenne de la mer. On note α l'angle local caractérisant l'orientation de la facette. Selon la convention retenue, α peut être l'angle de la normale à la facette avec la verticale, ou l'angle du plan tangent avec cette même verticale. Dans les deux cas, l'idée géométrique reste la même : le retour devient particulièrement fort lorsque la facette s'oriente de telle sorte que sa normale locale s'aligne au mieux avec la direction de visée du radar. Il existe donc une orientation critique α^* dépendant de $\Theta 0$, telle que les fortes intensités sont obtenues lorsque α s'approche de α^*.

$$\theta_{loc}(t) \approx \Theta_0 - \alpha(t), \theta_{loc}(t) \approx 0$$

Une autre grandeur naturelle est la pente de facette. Si la pente est notée p(t), on peut poser, dans une approximation géométrique simple, p(t) = tan α(t). Cette variable est plus immédiatement exploitable car elle relie directement l'inclinaison locale de la mer à la modulation de la diffusion. Lorsque la pente s'approche d'une configuration favorable, la facette devient brillante du point de vue radar. Le passage par la tangente permet aussi de rendre compte du fait que des variations d'angle modérées peuvent produire des variations plus fortes sur la pente effective.

$$p(t) = tan\alpha(t)$$

2. Écriture complexe de l'observation radar locale

Le radar cohérent ne reçoit pas directement une intensité scalaire. Il reçoit un champ complexe qui se décompose en une composante en phase I et une composante en quadrature Q. Il est donc naturel d'écrire le signal élémentaire de la facette sous la forme d'un champ complexe E(t) = I(t) + j Q(t). Dans cette écriture, la partie rapide du retour est représentée par un bruit complexe, et la partie lente ou structurante est portée par une modulation dépendant de la pente locale de la facette. Cela conduit à une équation différentielle stochastique élémentaire particulièrement simple et très parlante physiquement.

$$dE(t) = K\sigma(tan\alpha(t))dW(t), E(t) = I(t) + jQ(t)$$

Dans cette relation, K rassemble les facteurs instrumentaux et géométriques du radar, notamment le gain global, la fonction d'appareil et les pondérations de la cellule de résolution considérée. Le terme dW(t) désigne un bruit complexe rapide, qui modélise la diffusion locale de type Bragg. La fonction σ(tan α(t)) joue le rôle d'une volatilité géométrique : elle amplifie ou réduit l'intensité des fluctuations rapides en fonction de la pente instantanée de la facette. Ce point est décisif, car la pente n'engendre pas elle-même le speckle rapide ; elle en module l'amplitude observable.

$$dW(t) = dW_I(t) + jdW_Q(t)$$

En séparant les composantes réelle et imaginaire, on obtient deux équations identiques dans leur structure. La même modulation lente s'applique à I et à Q, ce qui est cohérent avec l'idée que la géométrie locale de la facette agit sur l'enveloppe statistique du retour et non sur une seule quadrature.

$$dI(t) = K\sigma(tan\alpha(t))dW_I(t), dQ(t) = K\sigma(tan\alpha(t))dW_Q(t)$$

L'observable énergétique la plus naturelle est alors la puissance reçue P(t), définie par le module carré du champ complexe. Cette variable est positive, et elle porte directement les épisodes extrêmes de clutter marin. Elle se déduit du champ par la relation suivante.

$$P(t) = |E(t))^2 = I(t)^2 + Q(t)^2$$

À ce niveau local, il n'est pas nécessaire d'introduire un potentiel pour le champ complexe. Le champ E est une variable d'observation rapide et centrée ; lui imposer un potentiel aurait une signification physique moins claire qu'au niveau d'une variable réelle agrégée. Pour l'observation élémentaire de la facette brillante, l'équation multiplicative sur E suffit donc. Le potentiel pourra apparaître plus tard si l'on veut décrire une variable effective telle que le logarithme de l'intensité, mais il n'est pas indispensable à l'étage d'observation complexe.

3. Une variable latente de pente pour porter la mémoire longue

Le problème suivant consiste à décrire la dynamique de la pente locale. L'expérience physique suggère que la mémoire longue ne provient pas du bruit de Bragg lui-même, qui correspond à une agitation rapide, mais des structures plus lentes de la mer : longues vagues, paquets d'ondes, modulation par la houle, effet du vent et organisation multi-échelle de la surface. Il est donc naturel d'introduire une variable latente positive liée à la pente, variable qui porte la mémoire longue et contrôle la modulation du champ complexe.

Une transformation particulièrement utile consiste à considérer non pas directement la pente, mais son image logarithmique régularisée. Cette transformation reste finie pour les petites pentes, augmente lorsque la facette s'incline fortement, et transforme une géométrie angulaire en grandeur additive beaucoup plus facile à modéliser.

$$Y(t) = ln\left(1 + tan^2\alpha(t)\right) = -2ln|cos\alpha(t))$$

La variable Y(t) peut alors être représentée comme la sortie d'un filtrage à mémoire longue appliqué à un bruit blanc gaussien. L'idée n'est pas d'affirmer que l'angle lui-même est gaussien, mais de dire qu'une grandeur latente qui gouverne l'énergie angulaire et la proximité des configurations brillantes hérite d'une corrélation lente. Une écriture générique cohérente est la suivante.

$$Y(t) = \mu + \sigma_X X(t)$$

Dans cette représentation, la corrélation de X décroît lentement avec le temps, par exemple comme une loi de puissance. La pente locale est alors reconstruite à partir de Y, ce qui fait de la mémoire longue une propriété du champ latent de pentes et non du bruit rapide de Bragg.

$$tan^2\alpha(t) = exp(Y(t)) - 1$$

Cette écriture permet de dire de manière simple que les grandes valeurs de pente, bien que rares, deviennent plus fréquentes que dans un cadre strictement gaussien sur l'observable finale, du fait de la combinaison entre non-linéarité géométrique et mémoire

longue. Lorsque α(t) s'approche de l'orientation critique α*, la modulation σ(tan α(t)) s'accroît et la facette a davantage de chances d'être perçue comme un point brillant intense.

4. Du point brillant à la surface éclairée : une mer composée de N facettes

Le passage décisif consiste ensuite à quitter l'échelle d'une facette isolée pour considérer une surface de mer S éclairée par le radar. Cette surface ne renvoie pas une contribution unique. Elle se compose d'un ensemble de points brillants, ou plus précisément d'un ensemble de facettes locales dont certaines, à un instant donné, sont géométriquement favorables au retour radar. L'observation réelle résulte alors de la somme cohérente d'un grand nombre de contributions élémentaires.

On indexe les facettes par i = 1, …, N, chaque facette occupant une position (x_i, y_i) sur la surface éclairée. À chacune est associée une pente locale, donc une variable angulaire α_i(t), une variable latente Y_i(t), un champ complexe E_i(t) et éventuellement un coefficient instrumental K_i dépendant de la localisation dans la cellule de résolution. Chaque facette peut donc être décrite par le même schéma local que précédemment, mais la nouveauté fondamentale est que ces variables ne sont plus indépendantes. La mer est un milieu continu, si bien que les pentes locales voisines sont corrélées dans l'espace et dans le temps.

$$Y_i(t) = ln\left(1 + tan^2 \alpha_i(t)\right)$$

Pour tenir compte de cette structure, on introduit un noyau spatio-temporel H qui relie la variable d'une facette aux excitations des autres facettes de la surface. La logique n'est pas que chaque point brillant vive isolément, mais qu'il soit une manifestation locale d'un champ corrélé de pentes. On peut alors écrire, en discrétisant la surface, la variable latente de la facette i comme une somme pondérée des contributions des facettes k voisines et passées.

$$Y_i(t) = \sum_k H\left(x_i - x_k, y_i - y_k, t - s\right)\xi_k(s)$$

Cette écriture doit être lue comme une convolution discrète d'un bruit blanc gaussien spatio-temporel ξ par un noyau de filtrage H. Le terme H ne doit donc pas être confondu avec l'autocorrélation elle-même ; il est plus juste de dire qu'il génère, par convolution, un champ Y dont la covariance spatiale et temporelle dépend de H. En version continue, l'expression devient un champ intégral sur la surface et sur le temps.

$$Y(x, y, t) = \iiint H\left(x - x', y - y', t - s\right)\xi\left(x', y', s\right)dx'\,dy'\,ds$$

Une fois ce champ latent défini, chaque facette porte sa pente via la relation $\tan^2 \alpha_i(t) = \exp(Y_i(t)) - 1$. Le champ complexe élémentaire reçu du point i s'écrit alors comme précédemment, mais avec une modulation propre à cette facette. La contribution radar

totale sur la surface éclairée est la somme cohérente de toutes les contributions complexes. C'est bien cette somme qui construit les composantes I et Q globales observées par le radar.

$$dE_i(t) = K_i \sigma\left(tan\alpha_i(t)\right) dW_i(t)$$

$$E_{tot}(t) = \sum_i E_i(t), I_{tot}(t) = \sum_i I_i(t), Q_{tot}(t) = \sum_i Q_i(t)$$

Le caractère cohérent de la somme est essentiel. Les contributions ne s'ajoutent pas seulement en énergie ; elles s'ajoutent d'abord comme champs complexes. Les interférences de phase, les pondérations spatiales et la structure corrélée des facettes déterminent donc la statistique finale de l'observation radar. L'intensité globale n'apparaît qu'après cette sommation complexe.

$$P_{tot}(t) = |E_{tot}(t))^2 = I_{tot}(t)^2 + Q_{tot}(t)^2$$

5. Hypothèse d'isotropie locale et lien avec une turbulence de surface

Pour rendre ce modèle exploitable, il faut maintenant poser une hypothèse de structure sur le noyau H. La mer réelle n'est pas exactement isotrope, car la direction du vent, la gravité, la houle dominante et la géométrie du radar introduisent des directions privilégiées. Néanmoins, sur une zone locale suffisamment petite et sur une bande d'échelles restreinte, il est raisonnable de poser comme première approximation une isotropie locale. Cela revient à supposer que les corrélations spatiales ne dépendent d'abord que de la distance entre deux points et non de leur orientation relative.

$$H(\Delta x, \Delta y, \tau) \approx H(r, \tau), r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Cette hypothèse signifie que, localement, la mer peut être vue comme un champ homogène et isotrope du point de vue des fluctuations de pente qui intéressent le radar. Dans cette vision, le noyau radial H(r, τ) devient la traduction mathématique d'une turbulence de surface locale. La dépendance en distance seule permet alors de relier naturellement le modèle à une représentation spectrale en nombre d'onde. En effet, un champ isotrope dans l'espace est aussi bien décrit par une covariance radiale que par un spectre radial ne dépendant que du module du vecteur d'onde.

$$Y\hat{}(k, t) = H\hat{}(k, t)\xi\hat{}(k, t), k = |k)$$

Si le bruit de base ξ est blanc spatialement, le spectre du champ latent Y est proportionnel au carré du module de la transformée de Fourier du noyau. Choisir H radial revient donc, de manière équivalente, à choisir un spectre radial S_Y(k). Cette formulation est précieuse, car elle permet de relier la structure spatiale de la mer à une physique de cascade ou à une rugosité multi-échelle inspirée de la turbulence. Il faut toutefois rester prudent : le spectre exact de la surface vue par le radar n'est pas nécessairement celui d'une

turbulence volumique classique, et l'exposant spectral doit être interprété ou calibré à partir des données.

$$S_{\gamma}(k) \propto |H\hat{}(k))^{2}$$

L'hypothèse d'isotropie locale n'est donc ni une vérité absolue ni un abus. Elle constitue une fermeture de premier ordre, parfaitement défendable pour construire le modèle initial. Les anisotropies dues au vent, à la houle ou à la direction d'illumination pourront ensuite être réintroduites comme corrections ou enrichissements du noyau, mais le socle du raisonnement peut légitimement être posé dans un cadre radial.

6. Lecture physique d'ensemble du modèle

Une fois toutes ces briques réunies, le modèle prend une forme très cohérente. La surface de mer éclairée est décrite par un champ latent de pentes corrélées. Ce champ est obtenu par filtrage spatio-temporel d'une excitation gaussienne blanche à l'aide d'un noyau H. À partir de ce champ, on reconstruit localement la pente et l'orientation de chaque facette. Cette pente contrôle la modulation lente de la diffusion rapide de Bragg, laquelle est représentée, dans chaque cellule élémentaire, par un bruit complexe. Enfin, le radar reçoit la somme cohérente de toutes les contributions complexes émanant des facettes de la surface éclairée.

Le sens physique du modèle peut être résumé sans recourir à une vision trop lourde de la mer. Les petites échelles portent la diffusion rapide. Les échelles plus grandes portent l'orientation des facettes. Les corrélations spatiales et temporelles font que les facettes brillantes apparaissent non pas comme des points indépendants, mais comme les manifestations locales d'un champ structuré. Les fortes intensités reçues par le radar correspondent aux instants où certaines facettes s'approchent de l'orientation critique imposée par l'incidence Θ0. C'est donc bien la géométrie locale, couplée à la corrélation multi-échelle du champ de surface, qui fabrique la queue lourde et l'intermittence du clutter marin.

Dans cette perspective, le radar n'observe pas directement la hauteur absolue de la mer. Il observe une mer filtrée par sa propre physique instrumentale et électromagnétique. Le signal complexe reçu traduit la structure de la surface à travers les facettes qui diffusent efficacement vers l'antenne. Le modèle proposé est donc moins un modèle hydrodynamique complet qu'un modèle effectif de la mer vue par le radar. C'est précisément pour cela qu'il est pertinent : il travaille au bon niveau, celui de l'observable radar et de son organisation statistique.

7. Forme finale synthétique des équations

Pour conclure, on peut regrouper l'ensemble du raisonnement en une chaîne d'équations compacte. La première équation définit le champ latent corrélé de pentes à partir du noyau spatio-temporel. La seconde relie ce champ à la pente de facette. La

troisième écrit la contribution complexe locale. La quatrième donne la sommation cohérente du champ total sur la surface observée. Cette écriture finale constitue la synthèse mathématique du modèle élaboré au fil du raisonnement.

$$Y(x,y,t) = \iint\int H\left(x - x^{'}, y - y^{'}, t - s\right)\xi\left(x^{'}, y^{'}, s\right)dx^{'}dy^{'}ds$$

$$Y(x,y,t) = ln\left(1 + tan^{2}\alpha(x,y,t)\right), tan^{2}\alpha(x,y,t) = exp(Y(x,y,t)) - 1$$

$$dE(x,y,t) = K(x,y)\sigma(tan\alpha(x,y,t))dW(x,y,t)$$

$$E_{radar}(t) = \iint_{S} dE(x,y,t), P_{radar}(t) = |E_{radar}(t))^{2}$$

Sous hypothèse d'isotropie locale, le noyau prend la forme H(r, τ), ce qui permet de relier le modèle à un spectre radial en nombre d'onde. On dispose alors d'un cadre complet, à la fois narratif, physique et mathématique, pour décrire le passage du point brillant élémentaire à la surface de mer entière, et pour comprendre comment la structure corrélée des facettes engendre la statistique du retour radar marin.

8. Tableau de correspondance entre les objets physiques et les objets mathématiques

Le tableau suivant condense la correspondance entre les objets physiques de la scène radar et leur traduction mathématique dans le modèle.

Objet physique	**Rôle dans le raisonnement**	**Écriture mathématique associée**
Facette locale	Porte une orientation et peut devenir un point brillant	α_i(t), p_i(t)=tan α_i(t)
Champ latent de pente	Porte la mémoire longue et les corrélations	Y_i(t)=ln(1+tan² α_i(t))
Bruit rapide de Bragg	Décrit la diffusion locale complexe	dW_i(t)=dW_{I,i}(t)+j dW_{Q,i}(t)
Contribution complexe élémentaire	Champ reçu de la facette i	dE_i(t)=K_i σ(tan α_i(t)) dW_i(t)
Surface éclairée S	Ensemble des facettes observées	i=1,…,N ou intégrale sur S
Champ total radar	Somme cohérente des contributions	E_tot(t)=Σ_i E_i(t)
Intensité radar	Observable énergétique finale	P_tot(t)=|E_tot(t)|²
Isotropie locale	Approximation de premier ordre sur la mer	H(Δx,Δy,τ)≈H(r,τ)

Modélisation du spectre Doppler de la mer à partir du spectre de JONSWAP

Construction d'un modèle radar cohérent intégrant le champ complexe I/Q, la synthèse spectrale des vitesses et le masquage à incidence rasante

Objet	Présenter, dans un cadre pédagogique continu, le passage du spectre de vagues de JONSWAP à un spectre Doppler radar, puis intégrer le masquage géométrique dans un modèle cohérent de clutter marin.
Point de départ	La surface éclairée est décrite par des facettes brillantes dont la contribution complexe dépend de la pente locale, de la texture lente de rétrodiffusion et du processus rapide Dopplerisé.
Hypothèse directrice	La mer est traitée localement comme un milieu homogène et isotrope sur une bande d'échelles utile, afin de relier un noyau de corrélation ou un spectre en nombre d'onde à la synthèse des vitesses de surface.

Introduction

Le problème traité ici est celui de la représentation du clutter marin dans un radar cohérent lorsque l'on souhaite relier explicitement la physique de la mer, la cinématique des vitesses de surface et l'observation complexe I/Q. L'idée générale est de ne pas partir directement d'un bruit Doppler arbitraire, mais de reconstruire ce bruit à partir d'un modèle spectral de la mer, puis de l'insérer dans un modèle multiplicatif où la texture lente décrit la variabilité de la rétrodiffusion locale des facettes brillantes.

Le raisonnement se déroule en plusieurs étages. Il commence par l'analyse d'une facette élémentaire, c'est-à-dire d'un point brillant local qui contribue au champ complexe reçu. Il se poursuit par le passage d'un spectre de vagues, en l'occurrence le spectre de JONSWAP, à un spectre de vitesses orbitales. Il montre ensuite comment synthétiser numériquement une vitesse gaussienne colorée, puis comment convertir cette vitesse en Doppler radar. Enfin, il introduit le masquage à incidence rasante, non comme un artifice indépendant de la brillance, mais comme un facteur de visibilité géométrique qui vient moduler la contribution déjà pondérée par la texture de rétrodiffusion.

1. Description d'un point brillant et écriture du champ complexe

On considère d'abord une cellule élémentaire de surface suffisamment petite pour être représentée par une facette unique. Cette facette possède une orientation locale, une pente projetée dans le plan d'incidence et une intensité de rétrodiffusion qui dépend de la géométrie radar. Dans le cadre cohérent, l'observable naturelle n'est pas seulement une intensité scalaire, mais un champ complexe composé des deux quadratures en phase et en quadrature.

On note donc E(t) le champ complexe reçu, I(t) sa partie réelle et Q(t) sa partie imaginaire. Le bruit rapide qui porte les fluctuations fines du speckle ou de la diffusion de Bragg est lui aussi représenté par un processus complexe. La texture lente, notée sigma(t), est supposée regrouper les effets de pente favorable, d'orientation de la facette et d'état local de mer qui renforcent ou affaiblissent la rétrodiffusion. Le gain instrumental et la pondération de cellule sont absorbés dans un facteur K.

$$E(t) = I(t) + jQ(t)$$

$$dE(t) = K\sigma(t)dW(t)$$

$$dW(t) = dW_I(t) + jdW_Q(t)$$

Dans cette écriture, dW_I et dW_Q peuvent être pris indépendants et de même variance. L'équation précédente suffit à représenter le champ complexe brut, mais elle ne dit pas encore comment la partie rapide dW acquiert une structure Doppler réaliste. Pour cela, il faut relier la dynamique de mer à un spectre de vitesses, puis injecter ce spectre dans le processus complexe observé par le radar.

2. Le spectre de JONSWAP comme point de départ physique

Le spectre de JONSWAP constitue un modèle standard du spectre d'élévation de la mer lorsque l'on veut représenter une mer forcée par le vent avec un pic spectral marqué. Il prolonge l'idée du spectre de Pierson-Moskowitz en introduisant un facteur d'amplification autour de la fréquence de pic. Ce n'est donc pas encore un spectre de vitesses, mais un spectre d'énergie de l'élévation de surface.

Si l'on note eta(t) l'élévation de la surface et S_eta(f) sa densité spectrale de puissance, la forme de JONSWAP en fréquence reste caractérisée par une décroissance de type loi de puissance hors du pic et par un rehaussement contrôlé du maximum spectral. Cette structure est précisément ce qui rend le modèle utile pour reconstruire ensuite la cinématique orbitale de la mer.

$$S_{\eta}(\omega) = \alpha g^{2}\omega^{-5} exp[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_{p}}{\omega}\right)^{4})\gamma^{exp[-\frac{(\omega-\omega_{p})^{2}}{2\sigma_{J}^{2}\omega_{p}^{2}})}$$

Dans cette expression, alpha est un coefficient d'échelle, g l'accélération de la pesanteur, omega_p la pulsation au pic, gamma le facteur d'amplification du pic et sigma_J un paramètre de largeur prenant en pratique une valeur différente de part et d'autre du pic. Le point essentiel, pour le raisonnement qui suit, est que JONSWAP fournit une densité spectrale réaliste de la surface libre, donc un support physique pour générer ensuite des vitesses de mer compatibles avec l'état de mer considéré.

3. Passage du spectre de hauteur au spectre de vitesse

Le radar ne mesure pas directement l'élévation de surface. Le Doppler provient d'un mouvement, c'est-à-dire d'une vitesse projetée sur la ligne de visée. Il faut donc convertir le spectre d'élévation en spectre de vitesse orbitale. Dans la théorie linéaire des vagues, cette conversion s'obtient par une fonction de transfert qui dépend de la fréquence, du nombre d'onde et de la profondeur.

Pour une composante sinusoïdale, la vitesse orbitale est liée à la dérivation temporelle du déplacement. Au niveau spectral, cela revient à multiplier le spectre d'élévation par le carré d'une fonction de transfert. À la surface et en eau profonde, on retrouve, à première approximation, une pondération en omega au carré. Cette relation permet de passer d'un spectre géométrique de surface à un spectre cinématique de vitesses.

$$S_{u}(\omega; z) = \omega^{2}[\frac{cosh(k(z+h))}{sinh(kh)})^{2} S_{\eta}(\omega)$$

$$\omega^{2} = gktanh(kh)$$

$$S_{u}(\omega) \approx \omega^{2} S_{\eta}(\omega)(surface,\ eau\ profonde)$$

La variable u(t) représente alors une vitesse orbitale de surface ou, après projection, une vitesse radiale utile pour le radar. La conséquence importante de cette étape est que, même si le point de départ était un spectre d'élévation, on dispose désormais d'un spectre de vitesse S_u qui peut servir directement à la synthèse d'un processus gaussien coloré.

4. Synthèse d'une vitesse gaussienne colorée à partir du spectre

La génération d'un signal temporel à spectre imposé ne consiste pas à prendre la transformée inverse de la racine du spectre seule. Elle consiste à multiplier la racine du spectre par un bruit blanc gaussien en fréquence, puis à revenir dans le temps par transformée de Fourier inverse. Cette étape est fondamentale, car c'est elle qui garantit que le signal synthétique possède bien la densité spectrale voulue.

On introduit donc un bruit blanc gaussien fréquentiel, noté xi chapeau, indépendant d'une fréquence à l'autre. On le pèse par la racine du spectre de vitesse. Le signal de vitesse est ensuite obtenu dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse. Si le spectre présente une zone en loi de puissance, le signal généré devient un bruit gaussien coloré présentant une structure auto-affine sur la bande d'échelles considérée.

$$u\hat{}(f) = \sqrt{S_u(f)}\,\xi\hat{}(f)$$

$$u(t) = F^{-1}[\sqrt{S_u(f)}\,\xi\hat{}(f))$$

Cette synthèse a deux vertus. D'une part, elle garde une signification physique claire, car le spectre S_u vient d'un modèle de mer. D'autre part, elle fournit une variable temporelle continue, stationnaire dans le cadre choisi, que l'on peut ensuite utiliser soit comme vitesse radiale elle-même, soit comme générateur du processus Doppler complexe. Si l'on préfère insister sur l'autosimilarité, on peut remplacer ce schéma par un bruit gaussien fractionnaire ajusté sur la zone de loi de puissance. Néanmoins, la synthèse spectrale à partir de JONSWAP reste plus souple, car elle conserve le pic spectral et les coupures physiques.

5. Passage de la vitesse au Doppler et définition du processus complexe Z

Une fois la vitesse radiale u_r(t) connue, le lien avec le Doppler radar est direct. Pour un radar monostatique de longueur d'onde lambda, la fréquence Doppler instantanée est proportionnelle à la vitesse radiale. Cela revient à dire que la phase du champ complexe tourne à une vitesse pilotée par u_r(t). Le processus complexe rapide du clutter peut donc être construit comme un signal dont la phase accumule cette fréquence instantanée.

On introduit alors un processus complexe Z(t), distinct de la vitesse elle-même. La vitesse u_r(t) décrit la cinématique de la mer. Le processus Z(t) décrit le champ radar rapide. Ce n'est donc pas la même variable, même si la seconde est entièrement pilotée par la première du point de vue Doppler.

$$f_D(t) = \frac{2u_r(t)}{\lambda}$$

$$Z(t) = A(t)exp[j2\pi \int_0^t f_D(s)ds)$$

$$Z(t) = A(t)exp[j\frac{4\pi}{\lambda} \int_0^t u_r(s)ds)$$

Dans cette écriture, A(t) peut être une amplitude complexe rapide, par exemple gaussienne circulaire, éventuellement normalisée. Si l'on souhaite une construction purement fréquentielle, on peut aussi imposer directement un spectre Doppler S_Z(f) dérivé ou calibré à partir de S_u(f), puis générer Z par la même méthode de racine spectrale. Les deux approches sont cohérentes. La première met davantage en évidence la phase Doppler instantanée. La seconde est plus simple lorsqu'on veut coller à un spectre Doppler expérimental global.

6. Retour au modèle radar complet d'une facette

Le modèle élémentaire d'une facette peut alors être réécrit sous une forme où la texture lente et le processus complexe Dopplerisé jouent des rôles clairement séparés. La texture sigma(t) représente la brillance locale déjà intégrée dans la modélisation de la facette. Elle traduit l'orientation favorable, la rugosité efficace et, plus largement, la force locale de rétrodiffusion. Le processus Z(t) représente quant à lui la composante rapide, cohérente, Dopplerisée.

Le champ complexe émis par une facette élémentaire devient donc le produit de trois facteurs : un gain système K, une texture sigma et un processus complexe rapide Z. Cette décomposition est particulièrement utile car elle permet de ne pas compter deux fois la même physique. Tout ce qui relève de la brillance liée à la normale de facette reste dans sigma. Le Doppler et les fluctuations cohérentes restent dans Z.

$$E(t) = K\sigma(t)Z(t)$$

Cette formule constitue le cœur du modèle ponctuel. Elle suffit à décrire un point brillant isolé. Pour passer à une surface réelle, il faut maintenant distribuer ces points brillants sur la surface éclairée et sommer leurs contributions complexes, ce qui conduit naturellement à un modèle spatial ou spatio-temporel.

7. Passage d'une facette à une surface éclairée comportant N points brillants

On considère maintenant une surface S éclairée par le radar et discrétisée en N facettes brillantes. Chaque facette i possède sa propre texture sigma_i(t), sa propre pondération radar K_i et son propre processus rapide Z_i(t). Le champ total reçu par le radar n'est pas la somme des intensités, mais la somme cohérente des champs complexes. C'est cette

sommation cohérente qui fait apparaître les interférences, les fluctuations d'enveloppe et, au final, la statistique complexe du clutter marin.

Si la mer est traitée localement comme homogène et isotrope sur la zone observée, les corrélations spatiales peuvent être décrites par un noyau H dépendant principalement de la distance entre deux points et, éventuellement, du retard temporel. Dans l'espace de Fourier, cette hypothèse revient à utiliser un spectre radial en nombre d'onde, donc à faire dépendre les statistiques spatiales de k = |k| plutôt que de la direction. Cette hypothèse n'est pas exactement vraie pour toute mer réelle, car le vent et la houle introduisent de l'anisotropie, mais elle constitue un premier niveau de fermeture très raisonnable.

$$E_{radar}(t) = \sum_{i=1}^{N} E_i(t)$$

$$E_i(t) = K_i \sigma_i(t) Z_i(t)$$

$$Y(r,t) = \int_S \int H\left(|r - r'|, t - s\right) \xi\left(r', s\right) dr' ds$$

Le champ latent Y peut servir à générer les variables de pente ou de texture lorsqu'on souhaite décrire spatialement les facettes brillantes. Dans ce document, l'accent est mis sur le lien entre Doppler et vitesses, mais il reste utile de rappeler que la texture sigma_i peut elle-même provenir d'un champ corrélé construit à partir d'un noyau isotrope localement. On obtient ainsi une articulation claire entre la physique d'échelle de la mer, la cohérence radar et la variabilité spatiale des facettes.

8. Le masquage à incidence rasante

À faible angle rasant, une difficulté supplémentaire apparaît : une partie des facettes visibles et potentiellement brillantes en masque d'autres situées en arrière. Le masquage ne doit pas être confondu avec la brillance. Dans le cadre retenu ici, la brillance est déjà incluse dans la texture sigma_i. Il ne faut donc pas rajouter un second facteur d'orientation favorable. En revanche, il faut introduire un facteur de visibilité géométrique qui vienne diminuer la contribution d'une facette lorsque la ligne de visée est occultée.

Si l'on note p = tan(alpha) la pente de la facette, avec alpha mesuré par rapport à l'horizontale dans le plan d'incidence, et theta_g l'angle rasant du radar, la pente critique géométrique vaut p_c = tan(theta_g). Le point important est que, dans une mer à pentes lourdes, la visibilité des facettes dominantes n'est pas convenablement décrite par un écart-type gaussien. Il est plus cohérent d'utiliser la fonction de répartition F_p de la loi de pente. Les facettes qui émergent au premier plan et peuvent dominer la visibilité appartiennent à la partie de la distribution située au-delà du seuil géométrique.

$$p = tan(\alpha)$$

$$p_c = tan\left(\theta_g\right) = cot\left(\Theta_0\right)$$

$$M_{vis} = P\left(p \geq p_c\right) = 1 - F_p\left(p_c\right)$$

La grandeur M_vis ne représente donc pas une brillance supplémentaire, mais une probabilité moyenne d'appartenance à l'enveloppe visible. Si l'on préfère une version aléatoire locale, on peut introduire une variable binaire V_i(t), égale à un si la facette est visible et à zéro sinon. Dans la version moyenne, son espérance vaut précisément un moins la fonction de répartition au seuil critique. Le champ élémentaire avec masquage devient alors un produit entre gain système, visibilité, texture et processus rapide.

$$E_i(t) = K_i M_{vis,i} \sigma_i(t) Z_i(t)$$

$$M_{vis,i} = 1 - F_p\left(p_c\right)$$

Le masquage est donc particulièrement sensible à l'angle rasant. Lorsque theta_g diminue, le seuil critique p_c diminue lui aussi, si bien qu'une part plus grande de la queue de loi des pentes contribue à l'enveloppe visible dominante, tandis qu'une part croissante de la surface reste cachée en arrière-plan. Plus la loi des pentes est lourde, plus cette transition devient sensible aux événements rares de grande pente.9. Incidence rasante et apparition du masquage

Une fois la dynamique Doppler clarifiée, la discussion s'est déplacée vers un autre phénomène essentiel à faible angle rasant : le masquage. À incidence rasante, certaines facettes au premier plan peuvent empêcher d'autres zones de la surface, situées plus loin le long de la ligne de visée, de contribuer au signal reçu. Il devient alors insuffisant de ne considérer que la brillance locale ; il faut ajouter un facteur de visibilité géométrique.

Le point subtil, longuement clarifié dans le chat, est que ce facteur de visibilité ne doit pas être confondu avec la brillance de la facette. La brillance est déjà absorbée dans sigma. Il ne faut donc pas introduire un second facteur d'orientation favorable, sous peine de compter deux fois le même effet. Le masquage doit jouer un rôle distinct : il ne dit pas qu'une facette renvoie fort, il dit qu'elle est ou non visible dans la géométrie considérée.

$$E_i(t) = K_{sys,i} M_{vis,i}(t) \sigma_i(t) Z_i(t)$$

Le facteur M_vis traduit donc uniquement la visibilité géométrique. Au niveau moyen, on cherche à l'exprimer en fonction de la loi des pentes de mer. C'est ici que la nature à queue lourde de la pente joue un rôle décisif.

10. Pourquoi la fonction erreur n'est plus la bonne fermeture quand la pente suit une loi à queue lourde

Une première idée avait consisté à lisser le masquage par une fonction de type erreur, adaptée à un monde quasi-gaussien. Mais cette fermeture a ensuite été corrigée. Si la pente

p égale tan(alpha) suit une loi à queue lourde, il n'est plus judicieux de raisonner avec un écart-type gaussien ni de faire reposer le masquage sur une fonction erf. Ce qui compte n'est plus une dispersion quadratique, mais le paramètre d'échelle de la loi et surtout sa fonction de répartition cumulée.

Le facteur de visibilité doit donc être exprimé directement à partir de la probabilité qu'une pente dépasse ou non un seuil géométrique. Cette approche est à la fois plus robuste et plus fidèle à l'intuition physique du problème.

11. Seuil géométrique, pente critique et correction finale sur la visibilité

La partie la plus délicate a concerné l'interprétation du seuil critique. Dans un premier temps, le raisonnement avait inversé la logique en écrivant que les pentes inférieures au seuil restaient visibles. Or la correction apportée dans le chat montre clairement que, dans la géométrie considérée, ce sont au contraire les facettes dont la pente dépasse un certain seuil qui émergent au premier plan et qui peuvent masquer ce qui se trouve derrière elles.

Si alpha est mesuré par rapport à l'horizontale, alors la pente locale vaut p = tan(alpha). Si theta_g est l'angle rasant du radar, mesuré lui aussi par rapport à l'horizontale, la pente critique géométrique est donnée par la tangente de cet angle.

$$p_c = tan(\theta_g)$$

La probabilité qu'une facette appartienne à l'enveloppe visible est alors portée par la queue de la loi des pentes. Le facteur moyen de visibilité s'écrit donc comme une probabilité de dépassement de seuil.

$$M_{vis} = 1 - F_p(p_c)$$

Cette écriture correspond à la logique corrigée du chat : les grandes pentes du bon signe émergent, les plus faibles restent derrière. Le facteur de visibilité n'est donc plus une CDF simple, mais son complémentaire. Il traduit directement le poids de la queue de la loi des pentes.

12. Correction finale tenant compte du paramètre d’échelle des pentes

La dernière correction apportée dans la conversation a encore affiné ce schéma. Si m désigne le paramètre d'échelle caractéristique de la loi des pentes de mer, alors le masquage n'a de sens que lorsque la pente critique imposée par la géométrie radar est plus petite que cette échelle caractéristique. Si, au contraire, l'angle d'incidence correspond à une pente critique plus grande que l'échelle typique des pentes, le masquage cesse d'être un mécanisme dominant et peut être négligé.

Pour garder des grandeurs homogènes, il vaut mieux comparer des pentes à des pentes. On introduit donc la pente géométrique associée à l'angle rasant, p_g = tan(theta_g), et on la compare au paramètre d'échelle m de la loi des pentes.

$$sitan\left(\theta_g\right) < m, p_c = tan\left(\theta_g\right)$$

$$sitan\left(\theta_g\right) \geq m, M_{vis} = 1$$

La forme finale du facteur de visibilité moyen devient alors une loi par morceaux. Quand la géométrie est suffisamment rasante pour tomber dans la zone des pentes effectivement rencontrées par la mer, on garde le modèle de probabilité de dépassement. Quand la pente critique dépasse l'échelle typique des pentes, on considère qu'il n'y a plus de masquage significatif.

$$M_{vis}\left(\theta_g\right) = \{1 - F_p\left(tan\theta_g\right),\ tan\theta_g < m\ 1,\ sinon\ )$$

9. Assemblage final : du spectre de JONSWAP au clutter marin Dopplerisé avec masquage

Le modèle complet peut maintenant être relu de façon continue. On part d'un spectre d'élévation de la mer, choisi ici sous la forme de JONSWAP. On le transforme en spectre de vitesse orbitale grâce à la théorie linéaire des vagues. On synthétise ensuite une vitesse temporelle gaussienne colorée à l'aide d'une racine spectrale multipliée par un bruit blanc fréquentiel. Cette vitesse projetée fournit le Doppler radar et pilote la phase du processus complexe rapide Z. En parallèle, une texture lente sigma représente la brillance locale de la facette. Enfin, un facteur de visibilité fondé sur la queue de la loi de pente introduit le masquage géométrique à incidence rasante.

Une facette isolée est donc décrite par un champ complexe où la physique instrumentale, la texture, la cinématique Doppler et la visibilité sont clairement distinguées. Une surface éclairée entière s'obtient par sommation cohérente de toutes les facettes visibles. Cette architecture présente un intérêt majeur : chaque terme possède une signification physique propre, ce qui permet de calibrer séparément la mer, le radar et la géométrie d'observation. Le modèle ne se réduit donc pas à un simple bruit de clutter ad hoc ; il devient une construction hiérarchique où la dynamique de surface impose le Doppler et où la géométrie impose le masquage.

$$S_\eta(f) \to S_u(f) \to u_r(t) \to Z_i(t) \to E_i(t) \to E_{radar}(t)$$

$$E_i(t) = K_i[1 - F_p\left(tan\theta_g\right))\sigma_i(t)Z_i(t)$$

$$E_{radar}(t) = \sum_{i=1}^{N} K_i[1 - F_p\left(tan\theta_g\right))\sigma_i(t)Z_i(t)$$

Cette dernière écriture résume l'ensemble du raisonnement. Elle montre que le spectre Doppler radar peut être construit à partir d'un modèle de mer crédible, tout en laissant à la

texture sigma le soin de porter la brillance locale et à la fonction de répartition des pentes le soin de porter le masquage. Elle fournit ainsi une base de travail cohérente pour la simulation du clutter marin, l'étude des régimes de mer et, plus largement, l'analyse de la séparation cible-clutter à faible angle rasant.

Conclusion

Le passage du spectre de JONSWAP au spectre Doppler radar n'est pas une simple opération numérique. C'est une chaîne de modélisation qui part de la surface physique, passe par les vitesses orbitales, puis rejoint le champ cohérent mesuré par le radar. Cette chaîne impose de distinguer soigneusement les niveaux de description : la mer comme champ de vagues, la mer comme champ de vitesses, le radar comme champ complexe Dopplerisé, puis la scène observée comme superposition de facettes visibles et masquées.

Le bénéfice principal de cette approche est sa lisibilité physique. Le spectre de JONSWAP structure la mer, la fonction de transfert structure les vitesses, l'intégrale Doppler structure la phase complexe, la texture sigma structure la force locale de rétrodiffusion, et la loi de pente structure le masquage. En travaillant de cette manière, on obtient un modèle à la fois narratif, interprétable et exploitable pour des simulations réalistes ou pour une réflexion plus théorique sur la mer vue par radar.

Bibliographie

Radar, rétrodiffusion de mer et clutter marin

1. **European Space Agency (ESA).** SAR Interpretation Guide (document PDF cité depuis le portail Earth Online).
https://earth.esa.int/eogateway/documents/20142/0/02_Wednesday_OCT2013_SAR_interpretation_1.pdf

2. **Peake, W. H.** A Theoretical Study of Radar Return and Radiometric Emission from the Sea.
https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19720020508/downloads/19720020508.pdf

3. **Dong, Y.** Optimal Detection in the K-Distributed Clutter Environment -- Non-Coherent Radar Processing.
https://www.dst.defence.gov.au/sites/default/files/publications/documents/DSTO-TR-2785.pdf

4. **AESS sea clutter tutorial.** Sea clutter tutorial v6 (fichier cité via l'archive de l'Université de Pise).
https://arpi.unipi.it/bitstream/11568/1028382/4/AESS_sea_clutter_tutorial_v6.pdf

5. **Zhao, P.; Wu, Z.; Zhang, Y.; Zhang, J.; Xu, X.; Wu, J.** Characterization and Modeling of Doppler Spectra for Offshore UHF-Band Sea Clutter at Low Grazing Angles. https://www.mdpi.com/2077-1312/11/10/1901

6. **Article MDPI.** Characteristic Description and Statistical Model-Based Method for Sea Clutter Modeling. https://www.mdpi.com/2072-4292/16/23/4429

7. **Article MDPI.** Statistical Parameters Extracted from Radar Sea Clutter Simulated under Different Operational Conditions. https://www.mdpi.com/1424-8220/24/12/3720

8. **Article MDPI.** On Doppler Shifts of Breaking Waves. https://www.mdpi.com/2072-4292/15/7/1824

9. **Article MDPI.** Ocean Wind and Wave Measurements Using X-Band Marine Radar: A Comprehensive Review. https://www.mdpi.com/2072-4292/9/12/1261

Modèles composites, facettes, pentes et diffusion

1. **ResearchGate / article cité.** An Improved Composite Surface Model for the Radar Backscattering Cross Section of the Ocean Surface. Part I: Theory of the Model and Optimization / Validation by Scatterometer Data. https://www.researchgate.net/publication/215722277_An_improved_composite_surface_model_for_the_radar_backscattering_cross_section_of_the_ocean_surface_1_Theory_of_the_model_and_optimization_validation_by_scatterometer_data

2. **Liu, Y. et al.** The Mean-Square Slope of Ocean Surface Waves and Its Effects on Radar Backscatter. https://www.researchgate.net/profile/Yuguang-Liu/publication/254774775_The_Mean-Square_Slope_of_Ocean_Surface_Waves_and_Its_Effects_on_Radar_Backscatter/links/00b4952f4e6d4c2b69000000/The-Mean-Square-Slope-of-Ocean-Surface-Waves-and-Its-Effects-on-Radar-Backscatter.pdf

3. **Trizna, D. et al.** Measurement and Interpretation of North Atlantic Ocean Marine Radar Sea Scatter. https://www.researchgate.net/profile/Dennis_Trizna/publication/215722332_Measurement_and_interpretation_of_North_Atlantic_ocean_marine_radar_sea_scatter/links/55ac5da408ae815a042b0931/Measurement-and-interpretation-of-North-Atlantic-ocean-marine-radar-sea-scatter.pdf

4. **Ward, K. D. et al.** Sea Clutter Scattering, the K Distribution and Radar Performance. https://www.researchgate.net/publication/233050669_Sea_Clutter_Scattering_the_K_Distribution_and_Radar_Performance

5. **Article / ResearchGate.** Revisiting the Cox and Munk Wave-Slope Statistics Using IASI Observations of the Sea Surface.

https://www.researchgate.net/publication/364528273_Revisiting_the_Cox_and_Munk_wave-slope_statistics_using_IASI_observations_of_the_sea_surface

6. **Article / ResearchGate.** Ocean Wave Slope Observations Using Radar Backscatter and Laser Altimeters. https://www.researchgate.net/publication/256198544_Ocean_Wave_Slope_Observations_Using_Radar_Backscatter_and_Laser_Altimeters

7. **Article / ResearchGate.** Application of Facet Scattering Model in SAR Imaging of Sea Surface Waves with Kelvin Wake. https://www.researchgate.net/publication/303485966_Application_of_facet_scattering_model_in_SAR_imaging_of_sea_surface_waves_with_Kelvin_wake

8. **Mouche, A.; Hauser, D. et al.** Radar Scattering of the Ocean Surface and Sea-Roughness Properties: A Combined Analysis from Dual-Polarizations Airborne Radar Observations and Models in C Band. https://www.researchgate.net/publication/29491083_Radar_scattering_of_the_ocean_surface_and_sea-roughness_properties_A_combined_analysis_from_dual-polarizations_airborne_radar_observations_and_models_in_C_band

Masquage, shadowing et visibilité géométrique

1. **Bourlier, C.** Article TGRS 2001 sur les fonctions de shadowing / masquage pour surfaces aléatoires (PDF cité via le site de l'auteur). https://christophe-bourlier.fr/Articles/2001_TGRS_39.pdf

2. **Article MDPI.** Influence of Sea Surface Current on Wave Height Inversion in Shadow Statistical Method. https://www.mdpi.com/2078-2489/12/8/303

3. **Mémoire / thèse citée.** Document PDF cité via METU Open: étude liée au shadowing / low grazing angle. https://open.metu.edu.tr/bitstream/handle/11511/89556/12626194.pdf

Spectres de vagues, vitesses orbitales et théorie linéaire

1. **Hasselmann, K. et al.** JONSWAP Final Report. https://pure.mpg.de/pubman/item/item_3262854_4/component/file_3282032/1973_Jonswap-Hasselmann1973.pdf

2. **ITTC Specialist Committee on Waves.** Final Report and Recommendations to the 23rd ITTC -- section consacrée aux formulations spectrales des vagues. https://ittc.info/media/1469/waves.pdf

3. **The WAVEWATCH III Development Group (WW3DG).** User Manual and System Documentation of WAVEWATCH III, Version 5.16. https://polar.ncep.noaa.gov/waves/wavewatch/manual.v5.16.pdf

4. OAS course notes. Linear Wave Theory.
https://www.oas.org/cdcm_train/courses/course21/chap_05.pdf

5. Ran, Z. / NTNU course notes. Linear Wave Theory.
https://oivarn.folk.ntnu.no/hercules_ntnu/LWTcourse/lwt_new_2000_Part_A.pdf

6. Ran, Z. / NTNU course notes. Linear Wave Theory, Part B.
https://oivarn.folk.ntnu.no/hercules_ntnu/LWTcourse/lwt_ran_2000_part_b.pdf

7. Wallingford report. Technical report cited for spectral synthesis of wave processes.
https://eprints.hrwallingford.com/588/1/TR155.pdf

Simulation stochastique, autosimilarité et bruit fractionnaire

1. Flandrin, P. Empirical Mode Decomposition, Fractional Gaussian Noise and Hurst Exponent Estimation. https://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/ICASSP05.pdf

2. Article IET. Paper cited via IET on radar / sonar navigation spectral modeling (DOI-based page). https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1049/iet-rsn.2015.0148

3. Article ScienceDirect. Paper cited via ScienceDirect on fractal / stochastic characterisation relevant to radar clutter.
https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1051200420300592

4. PMC open article. Article cited via PubMed Central on joint spectral modeling relevant to stochastic simulation. https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7515445/

5. Article / ResearchGate. Generation and Simulation of Clutter for Radar Testing Using FPGA.
https://www.researchgate.net/publication/267101168_GENERATION_AND_SIMULATION_OF_CLUTTER_FOR_RADAR_TESTING_USING_FPGA

6. Article / ResearchGate. Use of Sea Clutter Models in Radar Design and Development.
https://www.researchgate.net/publication/224123048_Use_of_sea_clutter_models_in_radar_design_and_development

Autres articles et pages DOI

1. Hauser, D. et al. A Study of the Slope Probability Density Function of the Ocean Waves from Radar Observations.
https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1029/2007JC004264

2. Mouche, A. A. et al. Radar Scattering of the Ocean Surface and Sea-Roughness Properties (DOI page). https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1029/2005JC003166

3. **Article DOI cité.** Reference cited via DOI 10.1029/98JC00780 (page DOI non récupérée dans la session). https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdfdirect/10.1029/98JC00780

4. **Article DOI cité.** Reference cited via DOI 10.1029/97JC00190 (page DOI non récupérée dans la session). https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/97JC00190

5. **Article DOI cité.** Reference cited via DOI 10.1029/2019JC015121 (page DOI non récupérée dans la session). https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdfdirect/10.1029/2019JC015121

6. **Article DOI cité.** Reference cited via DOI 10.1029/2020JC016958 (page DOI non récupérée dans la session). https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2020JC016958