Casuistique des problèmes de data science selon les régimes du système, les grandes fonctions analytiques et le rôle des bifurcations

Table des matières

Résumé 3

Proposition d'une casuistique en data science 4

1. Les trois grands régimes du système 5

2. Les quatre grands types de questions de data science 5

3. Premier tableau de synthèse : croisement entre régimes du système et finalités analytiques 6

4. Deuxième tableau de synthèse : les grandes transitions comme réponses canoniques aux grands problèmes dynamiques 7

5. Le rôle particulier des bifurcations et transitions dans les régimes transitoires 8

6. Place du modèle EDO dans cette casuistique 9

6. Place du modèle S/R dans cette casuistique 10

7. Conclusion générale 10

Exemple: Systèmes en transformation : variable d'ordre, milieu transformé et ruptures de modèles 11

Le point de départ : une variable d'ordre seule 11

Première fermeture : rebouclage d'une variable de milieu 12

Deuxième fermeture : potentiel ou paramètres dépendant du milieu 12

Mémoire longue et milieu à plusieurs échelles 13

Lecture dans la casuistique des systèmes en transformation 13

Appuis bibliographiques et familles de référence 14

Conclusion 14

Bibliographie indicative 14

Résumé

Le fil rouge du chapitre est l'idée que la data science gagne en cohérence lorsqu'on cesse de la classer uniquement par méthodes pour la classer aussi par **nature de problème** et par **statut dynamique du système étudié**. Tout le texte est organisé autour de cette double ambition. D'un côté, il s'agit de distinguer les grandes situations physiques dans lesquelles peut se trouver un système. De l'autre, il s'agit de distinguer les grandes fonctions analytiques que la data science peut remplir. Le chapitre montre ensuite que c'est le croisement de ces deux grilles qui permet de construire une véritable casuistique.

Le premier axe majeur est donc la distinction entre **trois grands régimes du système**. Le premier est celui du **régime permanent**, dans lequel le système peut être complexe, bruité ou multi-échelle, mais reste globalement dans la même classe de fonctionnement. Le deuxième est celui du **transitoire**, lorsque le système approche d'un seuil, d'une perte de stabilité ou d'un changement de régime. Le troisième est celui de la **transformation adaptative sous contrainte**, où le système ne se contente plus de rester stable ou de basculer ponctuellement, mais se reconfigure progressivement sous l'effet d'une sollicitation extérieure et de sa résilience interne. Cette tripartition donne au chapitre son ossature physique générale.

Le deuxième axe principal est la distinction entre **quatre grandes finalités analytiques** de la data science. Le texte rappelle que l'on peut chercher d'abord à **décrire** la structure des données, ensuite à **prédire** une valeur ou une tendance, puis à **décider** ou allouer sous contrainte, et enfin à **comprendre un mécanisme causal**. Le point important est que ces quatre finalités ne sont pas concurrentes de la typologie dynamique précédente. Elles la traversent. La casuistique proposée repose précisément sur cette articulation : les régimes du système disent dans quelle situation physique on se trouve, tandis que les fonctions analytiques disent quel type de travail la data science doit accomplir.

Le troisième axe fort du chapitre est le rôle spécifique des **bifurcations et transitions**. Le texte insiste sur le fait qu'elles ne recouvrent pas toute la data science, mais qu'elles deviennent centrales dès que la question porte sur un **changement qualitatif de régime**. C'est pourquoi elles jouent un rôle décisif dans les régimes transitoires. Le chapitre montre qu'une bifurcation ne correspond pas seulement à une variation de valeur, mais à une transformation de la forme de la dynamique elle-même : disparition d'un état stable, entrée en oscillation, polarisation, propagation d'un front, basculement entre attracteurs, ou dépendance croissante à l'histoire. Les bifurcations fournissent ainsi une **bibliothèque de formes canoniques** pour penser les grands problèmes de transition.

Cette idée conduit au quatrième axe du chapitre : une **taxonomie des grands problèmes dynamiques**. Le texte relit les grandes bifurcations comme des réponses canoniques à des grandes questions universelles : tenir ou décrocher, s'activer ou s'éteindre, choisir une branche, entrer en oscillation, basculer entre régimes, propager un changement local, porter une histoire qui continue à peser sur le présent, transformer les règles du jeu en jouant, ou encore perdre de la résilience sans panne visible. Ce déplacement est très important : le chapitre ne présente plus les bifurcations comme de simples objets mathématiques, mais comme des **formes de problème** auxquelles la data science peut être confrontée.

Un autre axe majeur est la place du **modèle d'EDO réduit** dans cette casuistique. Le chapitre lui donne un rôle charnière. L'EDO, écrite sous forme de potentiel, bruit et volatilité lente, apparaît comme une forme

réduite capable de relier régime permanent, transitoires et changements de régime. Elle permet de représenter un système stable mais fluctuant autour d'un attracteur, un système qui approche d'un seuil, ou encore des passages entre états macroscopiques compris comme des franchissements de barrière. Le texte montre ainsi que cette EDO n'est pas seulement un modèle parmi d'autres, mais un **langage commun** pour une grande variété de situations complexes.

En parallèle, le chapitre donne une place complémentaire au **modèle S/R**. Celui-ci est explicitement situé dans le troisième grand cas, celui des systèmes en transformation sous contrainte. Là où les bifurcations éclairent surtout les pertes de stabilité et les transitions entre régimes, le modèle S/R éclaire plutôt la **propagation**, la **résilience locale**, les **fronts**, les **zones d'endommagement** et les **morphogenèses sous sollicitation**. Le texte insiste donc sur la complémentarité entre les deux approches : l'EDO et les bifurcations sont particulièrement adaptées aux transitions, tandis que S/R est plus naturel pour penser les transformations distribuées dans l'espace, sur réseau ou dans des structures progressivement déformées.

Enfin, la dernière partie du chapitre ouvre vers le cas des **systèmes en transformation** en introduisant la fermeture d'une variable d'ordre par une **variable de milieu**. C'est un prolongement important, car il permet de sortir d'une vision où la variable d'ordre évoluerait dans un paysage fixe. Le chapitre distingue alors deux possibilités : soit on reboucle une variable de milieu explicite sur la dynamique, ce qui donne une **mémoire d'état** ; soit on fait dépendre les paramètres du potentiel ou de la dynamique du milieu, ce qui donne une **mémoire de structure**. À cela s'ajoute la possibilité d'une **mémoire longue**, quand l'histoire du système ne se résume pas à une seule échelle de temps. Cette dernière partie montre ainsi comment la casuistique peut être prolongée vers des modèles plus riches de transformation, de résilience et de milieu transformé.

En résumé, le chapitre suit une ligne très cohérente. Il part d'une question générale — comment organiser la data science par nature de problème — puis construit une réponse en trois temps. D'abord, il classe les situations selon le **régime dynamique du système**. Ensuite, il classe les tâches selon la **fonction analytique recherchée**. Enfin, il montre que les **bifurcations, transitions, variables d'ordre, modèles d'EDO et modèles S/R** permettent de donner à cette double grille un contenu physique et méthodologique fort. Le texte défend ainsi une idée simple mais structurante : la data science des systèmes complexes devient beaucoup plus lisible lorsqu'on distingue ce qui relève de la structure d'un régime, de la transition entre régimes, et de la transformation adaptative sous contrainte.

Proposition d'une casuistique en data science

Le point de départ de cette réflexion est la volonté d'organiser la data science non seulement par méthodes, mais par natures de problèmes. Dans les échanges précédents, deux fils se sont progressivement croisés. Le premier fil est dynamique : un système peut être observé en régime permanent, en phase transitoire ou en transformation adaptative sous contrainte. Le second fil est analytique : devant les données, on peut chercher à décrire une structure, à prédire une valeur, à décider sous contrainte, ou à comprendre un mécanisme causal. La présente synthèse propose d'articuler ces deux fils en une casuistique cohérente.

L'idée générale est simple. Tous les problèmes de data science ne sont pas des problèmes de bifurcation, mais les bifurcations deviennent centrales dès que la question porte sur un changement qualitatif de régime. Inversement, quand le système reste globalement dans le même régime, les questions structurelles et fonctionnelles dominent. Enfin, lorsque le système se transforme sous l'action d'une sollicitation extérieure et de sa résilience interne, il faut compléter le langage des bifurcations par celui des fronts, de la diffusion-réaction, de la percolation ou des modèles de type S/R.

On peut donc voir apparaître une double grille de lecture. La première classe les systèmes selon leur statut dynamique. La seconde classe les tâches selon leur finalité analytique. Le gain de cette double lecture est considérable : elle permet de savoir à la fois dans quelle situation physique on se trouve et quel type de travail la data science doit accomplir.

1. Les trois grands régimes du système

Le premier régime est celui du régime permanent. Le système peut être complexe, bruité, multi-échelle, mais il demeure globalement dans la même classe de fonctionnement. On n'y cherche pas d'abord une rupture. On cherche plutôt la structure interne du régime, les variables dominantes, les corrélations stables, les régularités spectrales, les clusters, les lois de distribution, ou les dimensions cachées. Dans ce cadre, la data science travaille d'abord comme science de la description et de la représentation.

Le deuxième régime est celui du transitoire. Ici, le système n'est plus simplement à décrire dans son fonctionnement ordinaire. Il approche d'un seuil, d'un changement de stabilité, d'une rupture de symétrie, d'une entrée en oscillation, d'un basculement entre attracteurs, ou d'une propagation de front. C'est dans ce domaine que les bifurcations et transitions deviennent le langage conceptuel approprié. On ne s'intéresse plus seulement à la valeur des variables, mais à la forme qualitative de la dynamique.

Le troisième régime est celui de la transformation adaptative sous contrainte. Le système ne se contente pas de rester dans un régime stable, ni même de basculer ponctuellement. Il se reconfigure progressivement sous l'effet d'une sollicitation extérieure. C'est le domaine des variables de résilience, des propagations spatiales, des endommagements diffus, des réorganisations lentes, des fronts et des structures émergentes. C'est là que des modèles de type S/R, des équations de diffusion-réaction ou des descriptions sur réseau prennent toute leur importance.

2. Les quatre grands types de questions de data science

La seconde grille de lecture ne porte plus directement sur le système, mais sur la question posée aux données. Il y a d'abord les problèmes de description et de structure. Dans ce cas, il s'agit de comprendre la forme des données : résumer un ensemble de variables, trouver des clusters, identifier des dimensions cachées, construire une typologie, extraire une représentation utile. La question directrice n'est pas : où est la bifurcation ? mais plutôt : quelle est l'architecture interne du nuage de données ?

Il y a ensuite les problèmes de prédiction continue. Ici, l'objectif est de prévoir une valeur, une tendance, une probabilité ou un score : consommation d'énergie, prix, demande, risque de défaut, probabilité d'événement. Dans beaucoup de cas, la difficulté n'est pas de détecter une rupture, mais d'obtenir une bonne approximation fonctionnelle dans un monde relativement régulier.

La troisième famille est celle des problèmes de décision et d'allocation. La data science ne sert pas seulement à représenter ou à prédire, elle sert aussi à choisir, hiérarchiser, arbitrer, ordonnancer, optimiser. Il peut s'agir de recommander un traitement, de planifier une maintenance, de construire un portefeuille, d'allouer un stock ou de déclencher une action préventive.

La quatrième famille regroupe les problèmes de causalité et de mécanisme. Ici, la question n'est pas seulement de savoir ce qui va arriver, mais ce qui agit sur quoi, ce qui relève d'un effet causal, d'une médiation, d'une confusion, d'une structure cachée ou d'un mécanisme physique. Cette famille inclut l'inférence causale, les DAG, les quasi-expériences, mais aussi les modèles mécanistes et les variables de milieu ou de mémoire qui donnent une intelligibilité au système.

3. Premier tableau de synthèse : croisement entre régimes du système et finalités analytiques

Le premier tableau conserve la matrice conceptuelle issue des derniers échanges. Il montre que les quatre grandes familles de problèmes ne s'excluent pas, mais traversent les trois régimes du système. Les problèmes de description et de prédiction sont naturellement centraux en régime permanent. La décision et la causalité, elles, traversent les trois régimes, mais changent de sens selon qu'il s'agit d'un système stable, d'un système en transition ou d'un système qui se transforme sous contrainte.

Type de question data science	Régime permanent	Transition	Transformation adaptative
Description / structure	Central : géométrie du régime, variables dominantes, clusters, lois de structure	Utile pour identifier les régimes, les variables d'ordre, les états pré-transitionnels	Utile pour décrire motifs spatiaux, fronts, amas, zones d'endommagement, structures émergentes
Prédiction continue	Central : prévision dans un cadre relativement stable	Devient prédiction de seuil, de rupture ou de changement de régime	Devient prédiction d'évolution sous contrainte, de propagation ou de déformation
Décision / allocation	Présente : optimisation dans un régime stable	Très importante : prévenir, accompagner ou amortir une transition	Très importante : piloter une adaptation, ralentir un front, redistribuer des ressources
Causalité / mécanisme	Présente : structure des dépendances dans un régime établi	Essentielle : comprendre quelle boucle, quel paramètre ou quel seuil produit le basculement	Essentielle : expliquer la propagation, la résilience locale et la réorganisation du système

Ce tableau permet de commenter un point essentiel. La typologie des régimes et la typologie des questions ne sont pas concurrentes. La première dit dans quelle situation physique se trouve le système. La seconde dit quel type de travail analytique la data science doit accomplir. C'est pourquoi un même problème de causalité peut se rencontrer aussi bien en régime permanent, lorsqu'on cherche les dépendances internes d'un système, qu'en régime transitoire, lorsqu'on cherche le mécanisme exact d'une bifurcation, ou en

transformation adaptative, lorsqu'on cherche à comprendre comment une contrainte se propage et se reconfigure.

4. Deuxième tableau de synthèse : les grandes transitions comme réponses canoniques aux grands problèmes dynamiques

Le second tableau conserve la perspective plus physique développée ensuite. Chaque grande transition ou bifurcation n'est pas seulement un objet mathématique. Elle peut être lue comme la réponse canonique à un grand problème dynamique. On obtient ainsi une taxonomie des problèmes de transformation : tenir ou décrocher, s'activer ou s'éteindre, choisir une branche, entrer en oscillation, basculer entre régimes, propager un changement ou porter une histoire qui continue à peser sur le présent.

Grand problème	Bifurcation / transition dominante	Variable d'ordre typique	Sens physique	Préoccupations en data science	Outils mobilisables	Exemples concrets
Tenir ou décrocher	Selle-noeud	Charge critique, marge de stabilité	Un état stable disparaît quand la contrainte devient trop forte	Détecter un point de non-retour, repérer une perte de résilience	Alerte précoce, variance glissante, autocorrélation, modèles réduits 1D	Décrochage machine, effondrement de projet, crise de liquidité
S'activer ou s'éteindre	Transcritique	Taux d'occupation, fréquence, densité active	Un état marginal devient actif et auto-entretenu	Estimer un seuil d'activation, comprendre un démarrage	Régression de seuil, modèles épidémiques, classification dynamique	Épidémie, diffusion d'innovation, activation d'un défaut
Choisir une branche, se polariser	Fourche	Contraste, polarisation, différence nette	Le système rompt sa symétrie et choisit une orientation	Détecter une polarisation ou deux régimes opposés	PCA, clustering bimodal, estimation de potentiel	Polarisation politique, dominance acheteurs/vendeurs, flambage
Entrer en oscillation	Hopf	Amplitude d'oscillation, enveloppe cyclique	Un équilibre perd sa stabilité et un cycle limite apparaît	Détecter un rythme endogène, suivre amplitude et fréquence	Analyse spectrale, ondelettes, réduction d'amplitude	Cycles écologiques, oscillations industrielles, cycles économiques
Basculer entre régimes préférés	Métastabilité, transitions bruit-induites	Régime macroscopique, position dans un potentiel	Le système possède plusieurs états préférés et	Identifier des régimes, estimer les temps de séjour	HMM, modèles à changement de régime,	Marchés calmes/agités, climat, crises sociales

			passe de l'un à l'autre		pseudo-potentiel	
Propager un changement local au niveau global	Fronts, nucléation, percolation	Taille d'amas, position de front, fraction connectée	Une transformation locale devient propagation globale	Détecter des foyers critiques, mesurer une vitesse de propagation	Réaction-diffusion, modèles de réseau, segmentation spatio-temporelle	Épidémies, incendies, panne, fracture
Porter une histoire qui change le présent	Mémoire lente, hystérésis, mémoire longue	Variable lente cachée, état latent, fatigue ou confiance	Le futur dépend du chemin parcouru	Reconstruire un état latent, modéliser l'histoire	Modèles état-espace, variables latentes, noyaux de mémoire	Usure, fatigue, fragilité financière, tension sociale
Transformer les règles du jeu en jouant	Milieu transformé, paramètres dépendants du contexte	Paramètre structurel, qualité institutionnelle, climat de jeu	Les interactions changent parce que le système transforme son propre milieu	Détecter que les coefficients changent, identifier une mémoire de structure	LV à coefficients variables, théorie des jeux dynamique	Cliodynamique, économie institutionnelle, marchés avec liquidité variable
Perdre de la résilience sans panne visible	Approche d'une bifurcation, dérive lente	Temps de retour, santé latente, réserve de stabilité	Le système reste fonctionnel mais absorbe de moins en moins bien les perturbations	Détecter des signes faibles et l'approche d'un seuil	Early warning signals, jumeaux numériques réduits	Maintenance prédictive, cybersurveillance, infrastructures
S'auto-organiser à plusieurs échelles	Cascade, intermittence, criticalité	Intensité multi-échelle, énergie de fluctuation	Le système produit des flambées et structures à plusieurs échelles	Détecter lois d'échelle, queues lourdes et intermittence	Ondelettes, multifractales, EVT, modèles à mémoire	Finance, turbulence, trafic réseau, séismes

Le commentaire principal de ce second tableau est le suivant. Les bifurcations n'épuisent pas la data science, mais elles fournissent une bibliothèque de formes canoniques dès que la question porte sur une transformation qualitative du système. Elles sont donc particulièrement utiles dans le deuxième régime, celui des transitoires, et elles débordent ensuite vers le troisième, lorsqu'une transformation adaptative s'accompagne de fronts, de nucléation, de mémoire ou de changement de règles d'interaction.

5. Le rôle particulier des bifurcations et transitions dans les régimes transitoires

C'est dans les régimes transitoires que les bifurcations prennent leur véritable place conceptuelle. Tant que le système reste globalement dans le même régime, les tâches de description et de prédiction peuvent souvent être menées sans mobiliser explicitement la dynamique qualitative. En revanche, dès que le système approche d'un seuil, d'une perte de stabilité ou d'un changement d'organisation, l'analyse des seules variables instantanées devient insuffisante.

Une bifurcation n'est pas simplement un changement de valeur ; c'est un changement de forme de la dynamique. Le système ne revient plus au même équilibre, il entre en oscillation, choisit une branche, perd un état stable, se met à propager un front, ou devient métastable. C'est pourquoi, dans les régimes transitoires, la data science doit changer de point de vue. Elle ne cherche plus seulement une bonne approximation fonctionnelle. Elle cherche une variable d'ordre, un attracteur, un temps de retour, un précurseur, un mode dominant, une déformation de la variance ou une signature de mémoire.

C'est aussi dans ce cadre qu'apparaît toute l'importance des modèles réduits. Un système réel de grande dimension est rarement directement lisible. Mais lorsque l'on identifie qu'il approche d'une transition donnée, on peut souvent le projeter sur une variable d'ordre ou sur quelques variables lentes. C'est précisément l'intérêt des formes canoniques telles que la selle-noeud, la fourche, la Hopf, la métastabilité sous bruit ou les équations de front. Ces formes ne remplacent pas les données ; elles donnent aux données une intelligibilité dynamique.

La bifurcation de Hopf joue ici un rôle particulier, car beaucoup de phénomènes naturels, biologiques, sociaux ou économiques semblent s'organiser autour de cycles imparfaits. Elle permet de penser l'entrée dans un régime oscillant. Mais elle n'est qu'un cas parmi d'autres. Pour certains systèmes, le problème central n'est pas l'oscillation, mais la disparition d'un compromis stable, ce qui renvoie à une selle-noeud. Pour d'autres, il s'agit d'une polarisation croissante, ce qui renvoie à une fourche. Pour d'autres encore, le phénomène essentiel est la propagation spatiale ou la transformation lente du milieu, ce qui renvoie plutôt aux fronts, à la percolation ou aux modèles S/R.

On peut donc dire que les bifurcations jouent, dans les régimes transitoires, un rôle analogue à celui que jouent les géométries de représentation dans les régimes permanents. Elles donnent la grammaire des changements qualitatifs. Elles permettent d'ordonner les problèmes, d'identifier ce qu'il faut chercher dans les données, et de décider quel type de variable d'ordre, de modèle réduit ou d'indicateur d'alerte est le plus pertinent.

6. Place du modèle EDO dans cette casuistique

Dans cette casuistique, le modèle d'EDO occupe une place très particulière, parce qu'il constitue en quelque sorte la forme réduite la plus simple permettant de relier le régime permanent, les transitoires et certains changements de régime à une même écriture dynamique. Son intérêt est de concentrer en une seule variable d'ordre une grande partie de la complexité du système, à condition d'accepter que cette variable ne porte pas tout le détail microscopique, mais seulement la structure macroscopique pertinente. Lorsqu'on écrit une équation du type

$$dX_t = -V'(X_t)dt + \sigma(t)dW_1 + sdW_2$$

on affirme d'abord qu'il existe une géographie moyenne des régimes possibles, représentée par le potentiel V(X). Si ce potentiel possède un seul puits, le système tend vers un régime dominant. S'il possède deux puits, ou davantage, il existe plusieurs états préférentiels entre lesquels le système peut hésiter ou basculer. Le terme déterministe $-V'(X)$ représente alors la tendance moyenne du système à revenir vers l'un de ces régimes. Mais cette tendance ne suffit jamais à décrire le réel, car un système complexe n'est ni parfaitement isolé ni parfaitement régulier. C'est pourquoi on ajoute un bruit de fond, qui représente l'agitation résiduelle, et surtout une volatilité $\sigma(t)$ qui peut varier dans le temps et porter une mémoire lente ou longue. C'est cette modulation de l'agitation qui rend l'EDO particulièrement adaptée à la casuistique proposée. Dans un régime permanent, elle permet de décrire un système globalement stable mais fluctuant autour d'un attracteur. Dans un régime transitoire, elle permet de représenter l'approche d'un seuil, la déformation progressive du paysage dynamique ou la montée d'une agitation qui annonce une perte de stabilité. Dans une logique de changement de régime, elle permet de penser les passages entre états macroscopiques comme des franchissements de barrière, dus soit à une transformation lente du potentiel, soit à une augmentation de la fluctuation, soit à la combinaison des deux. Le modèle d'EDO devient ainsi un langage commun pour plusieurs situations de la casuistique : il peut représenter un marché passant d'un régime calme à un régime tendu, une machine industrielle qui reste d'abord proche de son fonctionnement nominal puis devient plus fragile sous l'effet d'une mémoire lente de dégradation, un système social oscillant entre cohésion et fragmentation, ou encore une dynamique cliodynamique où une variable macroscopique de stabilité historique se déforme sous l'effet de couplages internes et d'un milieu transformé. Son rôle n'est donc pas de remplacer tous les modèles, mais de fournir une écriture réduite, interprétable et transdisciplinaire, capable de saisir l'essentiel : l'existence de régimes, la possibilité de transitions, l'effet de la mémoire et le fait que, dans les systèmes complexes, l'agitation elle-même est souvent structurée par l'histoire du système.

6. Place du modèle S/R dans cette casuistique

Le modèle S/R trouve sa place dans le troisième régime, celui de la transformation adaptative sous contrainte. Il ne se réduit pas à une simple bifurcation locale. Il décrit plutôt la manière dont une sollicitation extérieure se propage dans un système doté d'une résilience locale, et comment cette interaction produit une transformation structurelle. Dans ce cadre, la question n'est plus seulement : à quel seuil le système bascule-t-il ? Elle devient : comment la contrainte se diffuse-t-elle ? comment la résilience locale l'arrête-t-elle, la redistribue-t-elle ou la transforme-t-elle ? quels motifs spatiaux, quels fronts, quelles zones d'endommagement ou de réorganisation émergent de cette interaction ?

Autrement dit, le modèle S/R complète la théorie des bifurcations. Les bifurcations éclairent les régimes transitoires au voisinage d'un changement qualitatif de dynamique. Le modèle S/R éclaire les systèmes qui se reconfigurent progressivement dans l'espace, sur un réseau ou dans une structure distribuée. Les deux approches sont donc complémentaires : l'une privilégie la perte de stabilité et la variable d'ordre, l'autre la propagation, la résilience et la morphogenèse sous contrainte.

7. Conclusion générale

La casuistique proposée ici permet d'unifier les derniers échanges en une architecture intellectuelle simple. Il faut d'abord distinguer le statut dynamique du système : régime permanent, régime transitoire, transformation adaptative sous contrainte. Il faut ensuite distinguer la finalité analytique de la data science : décrire, prédire, décider, expliquer. Ce croisement fait apparaître que les bifurcations n'occupent pas tout le champ de la data science, mais qu'elles jouent un rôle décisif dès que le problème devient un problème de transition.

Dans les régimes permanents, les questions structurelles et fonctionnelles dominent. Dans les régimes transitoires, les bifurcations et transitions deviennent la grille de lecture centrale. Dans les systèmes qui se reconfigurent sous contrainte, les modèles de type S/R et les descriptions de propagation, de front et de résilience prennent le relais. L'intérêt d'une telle organisation est qu'elle évite à la fois l'éparpillement des méthodes et l'illusion d'un cadre unique. Elle permet de choisir les bons outils en partant non de la mode algorithmique, mais de la nature physique et dynamique du problème posé.

Si l'on voulait résumer ce texte en une phrase, on pourrait dire ceci : la data science des systèmes complexes gagne en cohérence lorsqu'elle distingue ce qui relève de la structure d'un régime, de la transition entre régimes, et de la transformation adaptative d'un système sous contrainte, puis lorsqu'elle associe à chacun de ces cas les formes canoniques, les variables d'ordre et les outils les plus adaptés.

Exemple: Systèmes en transformation : variable d'ordre, milieu transformé et ruptures de modèles

Le problème posé par les systèmes en transformation est le suivant : comment décrire un système qui ne se contente pas d'évoluer dans un cadre fixe, mais qui modifie progressivement les conditions mêmes de sa propre évolution ? Cette question marque une rupture importante avec les modèles classiques de régime permanent. Tant que le système reste globalement dans un même régime, on peut décrire sa structure, prédire ses sorties et décider à partir de relations relativement stables. Mais lorsqu'il commence à se transformer sous l'effet de contraintes extérieures, d'une accumulation interne de fatigue ou d'une réorganisation progressive de ses interactions, les modèles usuels deviennent trop pauvres. Il faut alors introduire, à côté de la variable d'ordre qui résume l'état macroscopique du système, une variable de milieu ou une mémoire qui représentent l'état du support de la transformation.

C'est exactement par analogie avec la fermeture des équations de Lotka-Volterra par une équation de milieu que l'on peut construire un modèle réduit pour les systèmes en transformation. Dans les modèles de compétition, de coopération ou de proie-prédateur, l'idée essentielle était que les variables actives ne se contentent pas d'interagir : elles transforment progressivement un milieu, une ressource, une structure ou une mémoire, et ce milieu transformé agit ensuite en retour sur les équations. La même logique peut être reprise au niveau d'une variable d'ordre. On ne décrit plus seulement l'état macroscopique du système, mais aussi l'évolution de la capacité du système à absorber, freiner, déformer ou amplifier sa propre transformation.

Le point de départ : une variable d'ordre seule

Le modèle réduit le plus simple consiste à supposer qu'une variable d'ordre X(t) suffit à résumer le comportement global du système. On peut alors écrire une dynamique de type gradient, éventuellement bruitée, qui fait intervenir un potentiel effectif. Le potentiel représente la géographie moyenne des régimes possibles du système. Lorsqu'il n'a qu'un seul puits, le système tend vers un état dominant. Lorsqu'il possède plusieurs puits, il existe plusieurs régimes préférentiels entre lesquels le système peut basculer.

$$dX_t = -V'(X_t)dt + \sigma dW_t$$

Dans cette écriture, le terme déterministe -V'(X) représente la tendance moyenne à revenir vers un régime, tandis que le bruit représente l'agitation résiduelle. Cette équation est très utile pour décrire un régime permanent complexe, un système à plusieurs attracteurs ou un passage stochastique entre régimes. Mais elle suppose encore que le paysage dynamique V(X) est fixé une fois pour toutes. Or, dans un système en transformation, c'est précisément cette hypothèse qu'il faut relâcher.

Première fermeture : rebouclage d'une variable de milieu

La première manière de généraliser l'EDO consiste à introduire explicitement une variable lente de milieu m(t). Cette variable représente l'état du support sur lequel se déploie la transformation. Selon les applications, m peut représenter une résilience effective, une réserve de ressources, un état de fatigue, une cohésion structurelle, une mémoire institutionnelle, une fragilité latente ou une capacité de réparation. La variable d'ordre X décrit alors la transformation visible du système, tandis que m décrit l'état plus lent du support de cette transformation.

$$\frac{dX}{dt} = F(X, m, S_{ext})$$

$$\frac{dm}{dt} = \varepsilon G(X, m, S_{ext}), 0 < \varepsilon \ll 1$$

Ici, S_ext représente la sollicitation extérieure. Le sens physique est direct : la contrainte pousse le système à se transformer, mais cette transformation dépend de l'état du milieu, et ce milieu est lui-même modifié par la transformation. On retrouve ainsi une boucle de rétroaction du même type que dans les systèmes de Lotka-Volterra fermés par milieu. La différence est qu'on travaille maintenant au niveau d'une variable d'ordre plutôt qu'au niveau de plusieurs populations ou stratégies.

Une forme simple et particulièrement pédagogique de ce modèle consiste à écrire :

$$\frac{dX}{dt} = aS_{ext} - bm - cX + dX^2 - eX^3$$

$$\frac{dm}{dt} = \varepsilon(m_0 - m) - \varepsilon\alpha X$$

Dans la première équation, la sollicitation extérieure pousse la transformation, le milieu freine cette transformation, le terme linéaire -cX représente un retour vers l'état peu transformé, et les termes d'ordre supérieur introduisent des effets de saturation ou d'auto-amplification. Dans la seconde, le milieu tend lentement à revenir vers un niveau nominal m_0, mais il est dégradé par la transformation elle-même. Ce

système décrit donc un mécanisme simple mais riche : plus le système se transforme, plus il use sa capacité à résister ; plus cette capacité baisse, plus la transformation devient facile.

Deuxième fermeture : potentiel ou paramètres dépendant du milieu

La seconde manière de fermer le modèle est plus structurelle. Au lieu d'ajouter m comme force explicite, on fait dépendre du milieu les paramètres mêmes de la dynamique réduite. Cela revient à dire que le système ne se contente pas de modifier un stock ou une mémoire : il transforme progressivement les règles effectives de son évolution. Le milieu devient alors une mémoire de structure.

$$\frac{dX}{dt} = -\frac{\partial V(X,m)}{\partial X} + S_{ext}$$

Par exemple, on peut choisir un potentiel quartique dépendant du milieu :

$$V(X,m) = \frac{\lambda}{4}X^4 - \frac{\mu(m)}{2}X^2 + \rho(m)X$$

$$\frac{dX}{dt} = -\lambda X^3 + \mu(m)X - \rho(m) + S_{ext}$$

Dans cette écriture, le milieu m ne pousse pas directement le système. Il déforme le paysage des régimes. La profondeur des puits peut varier, la hauteur des barrières peut diminuer, l'asymétrie entre les régimes peut changer. Cette forme est particulièrement utile lorsqu'on veut représenter des changements de régime de transformation. Un système sain peut ainsi posséder un paysage stabilisant, alors qu'un système fragilisé voit ses barrières s'abaisser et ses basculements devenir plus probables.

On peut fermer ce type de modèle par une équation lente sur m, par exemple :

$$\frac{dm}{dt} = \varepsilon\left(m_0 - m\right) - \varepsilon\alpha X$$

La différence avec le premier cas est conceptuelle. Dans le premier modèle, le milieu agit comme une variable supplémentaire qui freine ou renforce explicitement la transformation. Dans le second, le milieu agit en changeant les paramètres du paysage dynamique. Le premier modèle est donc une mémoire d'état ; le second, une mémoire de structure. Cette distinction, déjà rencontrée dans les systèmes de Lotka-Volterra, garde ici tout son sens.

Mémoire longue et milieu à plusieurs échelles

Dans beaucoup de systèmes réels, l'histoire ne se résume pas à une seule échelle de temps. La transformation laisse des traces rapides, intermédiaires et lentes. Dans ce cas, une simple équation locale sur m peut être insuffisante. Il devient alors naturel de remplacer la fermeture courte par une mémoire longue, c'est-à-dire par une convolution du passé avec un noyau de mémoire.

$$m(t) = \int_0^t K(t-\tau)\Phi\left(X(\tau), S_{ext}(\tau)\right)d\tau$$

Si le noyau K décroît exponentiellement, on retrouve une mémoire courte analogue à un filtre du premier ordre. Si K décroît lentement, par exemple selon une loi de puissance, le système garde une trace

durable de son histoire. Le milieu n'est plus seulement lent ; il devient multi-échelle. Cette extension est particulièrement cohérente avec les systèmes où les effets passés se déposent sur plusieurs couches de temps : fatigue matérielle, fragilité financière, mémoire institutionnelle, confiance collective, dégradation organisationnelle, ou encore apprentissage cumulatif.

On peut alors écrire la version stochastique générale du modèle sous la forme :

$$dX_t = [-\frac{\partial V(X_t, m_t)}{\partial X} + S_{ext}(t))dt + \sigma(m_t)dW_t$$

$$m(t) = \int_0^t K(t - \tau)\Phi\left(X(\tau), S_{ext}(\tau)\right)d\tau$$

Le bruit lui-même dépend alors du milieu. Cela signifie qu'un système fragilisé n'est pas seulement plus sensible en moyenne ; il devient aussi plus fluctuant, plus instable, plus difficile à prédire. L'agitation n'est plus un bruit blanc uniforme, mais la manifestation statistique d'une histoire structurée.

Lecture dans la casuistique des systèmes en transformation

Dans la casuistique proposée précédemment, ce type de modèle se situe très clairement dans le troisième grand cas, celui des systèmes qui évoluent en s'adaptant aux contraintes extérieures. Il ne s'agit plus d'un simple régime permanent, où l'on décrit la structure d'un système relativement stable. Il ne s'agit pas non plus seulement d'un transitoire au sens de l'approche d'une bifurcation ponctuelle. Il s'agit d'une transformation progressive couplée à l'évolution du support même de cette transformation.

Le modèle réduit à variable d'ordre X et milieu m permet alors de distinguer plusieurs situations. Dans un système industriel, X peut représenter un niveau global de comportement anormal et m un état latent de santé ou de lubrification. Dans un marché, X peut représenter une tension visible et m une fragilité latente ou une confiance agrégée. Dans un système social ou cliodynamique, X peut représenter une fragmentation ou une crise visible et m une cohésion institutionnelle, une mémoire du conflit ou une résilience historique. Dans tous les cas, le modèle décrit le même mécanisme : le système transforme sa propre capacité à répondre à la contrainte.

Appuis bibliographiques et familles de référence

Il n'existe pas une école unique qui recouvre exactement cette forme de modèle, mais plusieurs familles de références convergent vers elle. La première est celle de la synergétique et des variables d'ordre, notamment chez Hermann Haken. Elle fournit le vocabulaire de variable d'ordre, de réduction mésoscopique et d'asservissement des variables rapides par les variables lentes. La deuxième famille est celle des systèmes rapides-lents, des transitions critiques et des bifurcations stochastiques, dont les travaux de Christian Kuehn offrent un cadre mathématique particulièrement utile. La troisième est celle des méthodes multi-échelles, de l'averaging et de l'homogénéisation, représentée notamment par Pavliotis et Stuart, qui justifie le passage de systèmes riches en degrés de liberté vers des modèles réduits avec coefficients effectifs, bruit ou mémoire. La quatrième regroupe les travaux sur les paysages de potentiel, les transitions induites par le bruit et la métastabilité, qui donnent un fondement au recours à des potentiels effectifs et à des transitions entre puits. Enfin, une cinquième famille, très proche de l'idée de milieu

transformé, est celle des feedbacks environnementaux en écologie adaptative, en jeux évolutionnaires et dans les systèmes humain-nature, où les variables actives modifient leur environnement et où cet environnement agit ensuite sur leurs interactions.

Conclusion

On peut donc répondre positivement à la question initiale. Oui, par analogie avec la fermeture des équations de Lotka-Volterra par une équation de milieu, il est tout à fait légitime de fermer une équation de variable d'ordre par une variable de milieu dans le cas de la transformation d'un système. Cette fermeture peut prendre au moins deux formes. Soit le milieu agit comme variable supplémentaire explicite, ce qui donne une mémoire d'état. Soit il agit en déformant les paramètres du paysage dynamique, ce qui donne une mémoire de structure. Dans les deux cas, on obtient un cadre puissant pour représenter la perte de résilience, l'hystérésis, les transitions retardées, la transformation progressive sous contrainte et, plus généralement, le fait qu'un système complexe ne se contente pas d'évoluer dans un milieu : il fabrique progressivement ce milieu, qui devient ensuite un acteur de sa propre transformation.

Bibliographie indicative

Haken, H. Synergetics: An Introduction. Springer.

Kuehn, C. A mathematical framework for critical transitions: bifurcations, fast-slow systems and stochastic dynamics. Physica D, 2011.

Pavliotis, G. A., & Stuart, A. M. Multiscale Methods: Averaging and Homogenization. Springer.

Horsthemke, W., & Lefever, R. Noise-Induced Transitions. Springer.

Scheffer, M. Critical Transitions in Nature and Society. Princeton University Press.

Tilman, A. R., Plotkin, J. B., & Akçay, E. Evolutionary games with environmental feedbacks. Nature Communications, 2020.

Yuan, C., et al. Eco-evolutionary feedbacks and coupled human–nature systems literature on environmental feedbacks and tipping.

Freidlin, M., & Wentzell, A. Random Perturbations of Dynamical Systems. Springer.