Du champ dissipatif au signal autosimilaire

Projection locale, ondelettes, mémoire longue et spectre d'énergie

Du champ dissipatif au signal autosimilaire

Introduction : passer de la forme au signal

Dans les chapitres précédents, nous avons considéré la structure dissipative comme une forme maintenue par des flux. Cette forme n'est pas une chose immobile : elle est une organisation dynamique qui capte, transforme, distribue et dissipe de l'énergie, de la matière ou de l'information. Lorsqu'elle se ramifie, lorsqu'elle développe une interface fractale avec son environnement, elle ne produit pas seulement une géométrie visible. Elle produit aussi une signature temporelle.

Imaginons maintenant que l'on place une sonde en un point fixe (A) de cette structure. On n'observe plus toute la forme dans l'espace. On enregistre seulement une grandeur locale, par exemple une température, une concentration, une vitesse, une pression, une vorticité, une activité électrique ou une densité :

$$u_A(t) = u(A, t).$$

Cette fonction du temps est le signal local. Elle peut sembler modeste : une seule courbe, une seule mesure, une seule variable. Pourtant, elle contient la mémoire de la structure qui la produit. Si le système possède une arborescence de flux, une interface fractale, une cascade de tourbillons ou une organisation multi-échelle, le signal mesuré en (A) peut devenir autosimilaire. Il peut présenter des fluctuations lentes, des oscillations moyennes, des pics rapides, des ruptures, de l'intermittence, une mémoire longue et un spectre en loi de puissance.

La question centrale de ce chapitre est donc la suivante :

comment les équations de la structure produisent − elles un signal temporel autosimilaire en un po

Nous allons établir progressivement le lien entre l'équation de champ, la mesure locale, la décomposition en échelles, l'analyse en ondelettes, la mémoire longue, le spectre d'énergie et l'exposant de Hurst.

---

1. Le champ spatial et son équation d'évolution

On part d'un champ défini dans un domaine spatial () :

$$u = u(x, t), x \in \Omega.$$

Ce champ peut représenter des grandeurs très différentes selon le système étudié.

Système	Grandeur possible u(x,t)
Turbulence	vitesse, vorticité, énergie cinétique locale
Flamme	température, concentration de combustible, taux de réaction
Réseau biologique	pression, concentration d'oxygène, potentiel électrique
Poumon	pression d'air, concentration en oxygène, flux respiratoire
Galaxie	densité de gaz, température, taux de formation stellaire
Système social	densité d'activité, tension collective, flux d'information

La dynamique du champ peut être formulée à partir de l'énergie libre fonctionnelle :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - M\frac{\delta F}{\delta u} + A(u) + S(x,t) + \sigma\xi(x,t).$$

Cette équation résume notre cadre général. Elle contient une partie passive, une partie active, une source externe et un bruit.

Terme	Signification physique
descente de gradient	descente de gradient d'énergie libre, relaxation, dissipation
activité A(u)	activité locale, réaction interne, amplification, saturation
source S(x,t)	source, forçage, flux imposé par l'environnement
bruit sigma xi	bruit, fluctuations, excitations aléatoires

L'hypothèse fondamentale est que la structure dissipative n'est pas seulement gouvernée par la descente vers l'équilibre. Le terme de descente de gradient tend à lisser, à relaxer, à homogénéiser. Mais l'activité (A(u)), les sources (S(x,t)) et les fluctuations ((x,t)) empêchent le système de rejoindre un repos thermodynamique simple. Ils maintiennent le système loin de l'équilibre et rendent possibles les formes, les fronts, les oscillations, les réseaux, les filaments et les cascades.

---

2. La forme de l'énergie libre et le passage vers diffusion-réaction

Une forme très utilisée de l'énergie libre est :

$$F[u) = \int_{\Omega} [\frac{\kappa}{2}|\nabla u)^2 + V(u))dx.$$

Elle contient deux termes.

Le premier terme,

$$\frac{\kappa}{2}|\nabla u)^2,$$

pénalise les variations spatiales brutales. Il représente le coût d'interface, de rugosité, de discontinuité ou de tension. Il dit que deux points voisins ne peuvent pas être arbitrairement différents sans coût.

Le second terme,

$$V(u),$$

exprime la préférence locale du système pour certains états. Si (V) possède un minimum, le champ tend localement vers cet état. Si (V) possède deux puits, le système peut alterner entre deux états stables, séparés par des interfaces ou des fronts.

La dérivée variationnelle de () vaut :

$$\frac{\delta F}{\delta u} = -\ \kappa\Delta u\ +\ V'(u).$$

En substituant dans l'équation de descente de gradient, on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\ M(-\ \kappa\Delta u\ +\ V'(u)) +\ A(u) +\ S(x,t) +\ \sigma\xi(x,t).$$

Donc :

$$\frac{\partial u}{\partial t} =\ M\kappa\Delta u\ -\ MV'(u) +\ A(u) +\ S(x,t) +\ \sigma\xi(x,t).$$

Si l'on pose :

$$D\ =\ M\kappa,$$

et :

$$f_{grad}(u) = -\ MV'(u),$$

on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial t} =\ D\Delta u\ + f_{grad}(u) +\ A(u) +\ S(x,t) +\ \sigma\xi(x,t).$$

Cette équation montre le passage naturel vers une équation de type diffusion-réaction active.

Terme	Interprétation dans le signal et la structure
diffusion D Delta u	diffusion, lissage, influence du voisinage
réaction de gradient	réaction dérivable du potentiel local (V)
activité A(u)	partie active non nécessairement dérivable d'un potentiel
source S(x,t)	source extérieure ou contrainte imposée
bruit sigma xi	bruit, fluctuations, excitations microscopiques

Cette écriture est importante car elle sépare ce qui descend l'énergie libre de ce qui maintient la structure hors équilibre. La diffusion et la réaction de gradient sont les composantes passives. Le terme (A(u)) représente l'activité locale qui peut freiner, compenser ou détourner la descente de gradient. Les sources (S) alimentent le système depuis l'extérieur ou depuis une frontière.

---

3. La mesure au point A : de l'espace au temps

On place maintenant une sonde au point fixe (A). Le signal mesuré est :

$$u_A(t) = u(A,t).$$

En évaluant l'équation de champ au point (A), on obtient :

$$\frac{du_A}{dt} = M\kappa\Delta u(A,t) - MV'\left(u_A\right) + A\left(u_A\right) + S(A,t) + \sigma\xi(A,t).$$

Cette équation est capitale. Elle montre que le signal local n'est pas seulement déterminé par la valeur locale (u_A(t)). Il dépend aussi du voisinage à travers le terme :

$$\Delta u(A,t).$$

Le point (A) est donc une sonde plongée dans un champ spatial. Il reçoit l'influence des gradients, des interfaces, des branches, des fronts et des structures qui passent ou se propagent autour de lui.

Terme dans l'équation locale	Effet sur le signal u_A(t)
diffusion reçue des voisins	transmet l'influence du voisinage ; lisse ou propage les variations spatiales
rappel vers le potentiel	ramène localement le signal vers les états préférés du potentiel
activité locale A(u_A)	entretient, amplifie ou sature la dynamique locale
source locale S(A,t)	impose une excitation extérieure ou un flux entrant

Terme dans l'équation locale	Effet sur le signal u_A(t)
bruit local	introduit bruit, fluctuations, exploration des états
Passage d'une interface	provoque sauts, fronts, ruptures de pente
Passage d'une branche ou d'un filament	produit impulsions, pics, intermittence

Ainsi, le signal u_A(t) est la projection temporelle d'une structure spatiale et dynamique.

---

4. Pourquoi le signal devient autosimilaire

Le signal devient autosimilaire lorsque la structure qui l'engendre possède plusieurs échelles. Supposons que la structure possède des niveaux caractéristiques :

$$\ell_0, \ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_n,$$

avec :

$$\ell_{n+1} = r\ell_n, 0 < r < 1.$$

Le paramètre (r) est le rapport moyen de réduction des longueurs. Dans une arborescence, il mesure le rapport entre la longueur d'une branche fille et celle de la branche mère. Dans une turbulence, il mesure le passage d'un tourbillon à un tourbillon plus petit. Dans une interface fractale, il mesure la répétition d'un motif à une échelle réduite.

Si ces structures passent devant le point (A), ou si leurs effets atteignent ce point, elles produisent des temps caractéristiques :

$$\tau_n \sim \frac{\ell_n}{v_n},$$

où (v_n) est la vitesse caractéristique de transport à l'échelle (n).

Dans le cas simple où la vitesse est à peu près constante :

$$v_n \approx v,$$

on obtient :

$$\tau_n \sim \frac{\ell_n}{v}.$$

Donc :

$$\tau_{n+1} = r\tau_n.$$

Ainsi :

$$\tau_n = \tau_0 r^n.$$

Cette progression géométrique des temps est la traduction temporelle de l'autosimilarité spatiale.

On peut donc écrire :

$$autosimilarité\ spatiale \Rightarrow autosimilarité\ temporelle.$$

Cette implication suppose l'existence d'un mécanisme de transport, de propagation ou de balayage qui relie l'espace au temps. En turbulence, c'est l'idée qu'une structure spatiale portée par l'écoulement produit un signal temporel lorsqu'elle passe devant un capteur. Dans une structure ramifiée, c'est la propagation des flux à travers des branches de tailles différentes. Dans une interface fractale, ce sont les fronts, plis et ramifications qui se manifestent par des événements temporels de tailles différentes.

---

5. Représentation du signal comme somme d'événements multi-échelles

Une structure ramifiée possède souvent des flux et des longueurs organisés par niveaux :

$$m_n = m_0 b^{-n},$$

$$\ell_n = \ell_0 r^n.$$

Symbole	Signification
n	niveau de branchement ou d'échelle
b	nombre moyen de branches filles
m_n	flux porté par une branche de niveau (n)
ell_n	longueur moyenne d'une branche de niveau (n)
r	rapport de réduction des longueurs

Le signal local peut alors être représenté par une somme d'événements élémentaires :

$$u_A(t) = \sum_{n=0}^{N} a_n \varphi\left(\frac{t-t_n}{\tau_n}\right).$$

Dans cette écriture :

Terme	Sens
phi	forme élémentaire d'un événement temporel

Terme	Sens
a_n	amplitude associée au niveau (n)
tau_n	durée caractéristique de l'événement
t_n	instant de passage ou d'activation

Si les amplitudes et les durées suivent :

$$a_n = a_0 q^n,$$

et :

$$\tau_n = \tau_0 r^n,$$

alors le signal est construit par répétition d'un motif à plusieurs échelles. Il devient autosimilaire au sens statistique.

Cette représentation prépare naturellement l'analyse en ondelettes : au lieu de regarder le signal comme une simple courbe, on le décompose en formes élémentaires localisées dans le temps et dans l'échelle.

---

6. Forme temporelle en ondelettes

Une ondelette est une petite onde localisée. Elle permet de mesurer ce qui se passe dans un signal à une date donnée et à une échelle donnée. Une ondelette mère () engendre une famille de fonctions dilatées et translatées :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

avec :

Symbole	Sens
a > 0	échelle temporelle ou facteur de dilatation
b	position temporelle
psi	ondelette mère
psi_(a,b)	ondelette centrée en (b) et observant l'échelle (a)

La transformée en ondelettes du signal (u_A(t)) est :

$$W_u(a,b) = \int u_A(t)\psi^*_{a,b}(t)dt.$$

Le coefficient (W_u(a,b)) mesure la présence d'une fluctuation de taille (a) autour du temps (b). Si le signal est multi-échelle, l'image des coefficients ondelettes fait apparaître des structures à plusieurs niveaux. Si le signal est intermittent, on voit des concentrations d'énergie localisées : de grands coefficients à certaines dates et certaines échelles.

La puissance en ondelettes peut être définie par :

$$E(a,b) = |W_u(a,b))^2.$$

On peut aussi moyenner sur le temps pour obtenir une énergie par échelle :

$$E(a) = \int |W_u(a,b))^2 db.$$

Si le signal est autosimilaire, on observe souvent une loi d'échelle :

$$E(a) \sim a^{\zeta}.$$

Cette loi signifie que l'énergie du signal se répartit de manière régulière selon les échelles. L'exposant () mesure la manière dont l'énergie se concentre ou se disperse lorsque l'on passe du lent au rapide, du grand au petit, du global au local.

---

7. Le signal comme trace d'une cascade

Dans une structure dissipative, les flux se redistribuent souvent par cascade :

$$grande\ échelle \rightarrow échelle\ moyenne \rightarrow petite\ échelle.$$

Le signal local reçoit alors une succession d'événements imbriqués :

$$u_A(t) = tendance\ lente + oscillations\ moyennes + fluctuations\ rapides + pics\ intermittents.$$

On peut l'écrire :

$$u_A(t) = \sum_n u_n(t),$$

où chaque composante (u_n(t)) correspond à une échelle.

Si les échelles sont géométriques :

$$\tau_n = \tau_0 r^n,$$

alors le signal possède une organisation en cascade. Cette organisation est très visible dans la turbulence, où l'énergie passe des grands tourbillons aux petits tourbillons, mais elle existe aussi dans les réseaux biologiques, les interfaces de réaction, les signaux physiologiques et les systèmes sociaux.

8. Spectre d'énergie et loi de puissance

Le spectre d'énergie indique comment la puissance du signal se répartit selon les fréquences. Si ((f)) est la transformée de Fourier de (u_A(t)), on définit le spectre de puissance par :

$$S(f) = |u\hat{}(f))^2.$$

Un signal autosimilaire possède souvent un spectre en loi de puissance :

$$S(f) \sim \frac{1}{f^{\beta}}.$$

Valeur de beta	Type de signal	Interprétation
beta = 0	bruit blanc	toutes les fréquences sont également représentées
beta ≈ 1	bruit rose	mémoire multi-échelle, équilibre entre lent et rapide
beta ≈ 2	bruit brownien	signal intégré, fluctuations lentes dominantes
0 < beta < 2	bruit coloré	corrélations temporelles et organisation d'échelle

Dans notre cadre, une loi de puissance du spectre signifie que le signal n'a pas une échelle dominante unique. Il garde la trace d'une hiérarchie de structures. Le point (A) reçoit des contributions lentes, moyennes et rapides. Le spectre (1/f^) est donc l'empreinte fréquentielle d'une organisation multi-échelle.

On peut résumer :

$$structure\ ramifiée\ ou\ cascade \Rightarrow S(f) \sim f^{-\beta}.$$

Cette implication n'est pas automatique, mais elle est fréquente dès que les temps caractéristiques sont distribués sur plusieurs échelles.

9. Mémoire longue et noyau temporel

La mémoire longue apparaît lorsque le présent du signal dépend encore fortement d'événements anciens. Dans l'équation locale, cette mémoire peut provenir du terme spatial :

$$\Delta u(A, t).$$

Ce terme représente l'influence du voisinage. Or, dans une structure ramifiée ou fractale, le voisinage n'agit pas instantanément : les effets se propagent par des chemins, des branches, des fronts, des retards et des temps de transport.

On peut donc remplacer approximativement l'influence spatiale par un terme de mémoire :

$$\Delta u(A,t) \rightsquigarrow \int_0^t K(t-s)u_A(s)ds.$$

Le noyau (K) décrit la manière dont le passé influence le présent. Si ce noyau décroît rapidement, la mémoire est courte. Si le noyau décroît lentement, la mémoire est longue.

Un cas important est :

$$K(\tau) \sim \tau^{-\gamma}.$$

Une décroissance en loi de puissance signifie qu'il n'existe pas de temps caractéristique unique. Les effets anciens ne disparaissent pas brutalement ; ils se prolongent sur plusieurs échelles de temps.

On obtient alors :

$structure\ spatiale\ multi-échelle \Rightarrow noyau\ mémoire\ en\ loi\ de\ puissance \Rightarrow signal$ à *mémoire longue*

Cette idée relie directement la géométrie de la structure à la mémoire du signal.

---

10. Distribution des temps de transport

Dans un réseau ramifié, chaque branche possède un temps caractéristique :

$$\tau_e \sim \frac{\ell_e}{v_e},$$

où (_e) est la longueur de la branche et (v_e) la vitesse du transport sur cette branche.

Le signal local peut être vu comme une somme de contributions retardées :

$$u_A(t) = \sum_e a_e h_e\left(t - \tau_e\right).$$

Chaque branche (e) apporte une réponse (h_e), pondérée par une amplitude (a_e), avec un retard (_e). Si les branches ont des longueurs sur plusieurs échelles, alors les temps (_e) sont eux aussi distribués sur plusieurs échelles.

Si la distribution des temps suit :

$$P(\tau) \sim \tau^{-\mu},$$

alors le signal peut présenter :

- des corrélations longues ;
- un spectre en (1/f^) ;
- une autosimilarité statistique ;
- une intermittence ;
- une réponse non locale dans le temps.

On peut écrire :

$$réseau\ ramifié \Rightarrow distribution\ large\ des\ temps \Rightarrow signal\ \text{à}\ mémoire\ longue.$$

Cette relation est centrale : la mémoire du signal n'est pas seulement psychologique ou statistique ; elle peut être géométrique. Elle vient du fait que la structure possède des chemins longs, courts, moyens, imbriqués les uns dans les autres.

---

11. Exposant de Hurst et rugosité temporelle

L'exposant de Hurst (H) mesure la manière dont les fluctuations changent avec l'échelle de temps. Pour un signal autosimilaire, on peut avoir :

$$u(\lambda t) \sim \lambda^{H} u(t),$$

au sens statistique.

Cela signifie que lorsque l'on dilate le temps d'un facteur (), les fluctuations se dilatent avec une amplitude contrôlée par (H).

Valeur de H	Interprétation
H = 1/2	marche aléatoire sans mémoire longue
H > 1/2	persistance : une tendance tend à se prolonger
H < 1/2	anti-persistance : le signal alterne plus souvent

Le lien avec le spectre dépend du type de processus. Pour le mouvement brownien fractionnaire, on a souvent :

$$\beta = 2H + 1.$$

Pour le bruit gaussien fractionnaire, on utilise plutôt :

$$\beta = 2H - 1.$$

Ces formules ne doivent pas être utilisées sans préciser le modèle statistique. Mais elles expriment une même idée : le spectre, la rugosité temporelle et la mémoire longue sont reliés.

Dans notre cadre, (H) devient un indicateur de la manière dont la structure dissipative imprime sa hiérarchie d'échelles dans le signal local.

---

12. Intermittence et multifractalité

L'autosimilarité simple suppose qu'un seul exposant suffit à décrire le signal. Mais les structures dissipatives réelles sont souvent plus complexes. Elles ne distribuent pas l'énergie de manière uniforme entre les échelles. Certaines branches, certains filaments, certains fronts reçoivent beaucoup de flux ; d'autres en reçoivent peu. Le signal devient alors intermittent.

L'intermittence signifie que les fluctuations fortes sont rares mais intenses. Le signal alterne entre des périodes calmes et des pics soudains.

On peut étudier les moments des incréments :

$$\delta_\tau u(t) = u(t + \tau) - u(t).$$

On définit les fonctions de structure :

$$S_p(\tau) = \langle |\delta_\tau u(t))^p \rangle.$$

Si le signal est autosimilaire simple, on peut avoir :

$$S_p(\tau) \sim \tau^{pH}.$$

Mais dans un signal multifractal, on observe plutôt :

$$S_p(\tau) \sim \tau^{\zeta(p)},$$

avec une fonction zeta(p) non linéaire. Cette non-linéarité signifie que les petites fluctuations et les grands pics ne se comportent pas selon la même loi d'échelle.

Propriété	Signature mathématique	Sens physique
Autosimilarité simple	loi de structure simple	un seul exposant organise les échelles
Multifractalité	loi de structure multifractale	plusieurs régimes d'échelle coexistent
Intermittence	grands moments anormaux	pics rares, concentration locale de l'énergie

Dans une turbulence, cette intermittence vient des filaments de vorticité et des zones de dissipation intense. Dans un réseau biologique, elle peut venir de passages pulsés, de régulations rapides ou de réponses locales. Dans une galaxie, elle peut venir de chocs, de supernovae, d'effondrements et de réaccrétions.

---

13. Projection du signal et attracteur spatial

Une structure dissipative peut être vue comme un attracteur dynamique dans un espace d'états :

$$X(t) \to A.$$

Le signal mesuré au point (A) est une projection de cet attracteur :

$$u_A(t) = \Pi_A[X(t)).$$

L'opérateur (_A) prend la valeur du champ au point (A). Cela signifie que le signal local n'est pas un objet indépendant : c'est une coupe temporelle dans une dynamique beaucoup plus vaste.

Si l'attracteur spatial est fractal, ramifié ou multifractal, sa projection temporelle peut porter une signature du même type. C'est particulièrement clair dans la turbulence : le champ complet est un attracteur statistique multi-échelle, et le signal mesuré par une sonde est une projection temporelle de cet attracteur.

On peut donc écrire :

$$signal\ local\ =\ extprojectiontemporelledel'attracteurspatial.$$

---

14. Exemple : turbulence

Dans la turbulence, on peut mesurer au point (A) :

$$u_A(t) = u(A, t),$$

ou la vorticité :

$$\omega_A(t) = |\omega(A, t)).$$

La vorticité vérifie schématiquement :

$$\partial_t \omega + (u \cdot \nabla)\omega = (\omega \cdot \nabla)u + \nu\Delta\omega + \nabla \times f.$$

Cette équation contient le transport, l'étirement des vortex, la diffusion visqueuse et le forçage. Le terme :

$$(\omega \cdot \nabla)u$$

étire les vortex et intensifie les filaments. Le terme :

$$\nu\Delta\omega$$

les diffuse et les dissipe. Le forçage () injecte de la vorticité.

Le signal mesuré devient autosimilaire parce que l'énergie est injectée à grande échelle, cascade vers les petites échelles, forme des filaments intermittents, puis se dissipe. Le point (A) enregistre le passage des structures : grandes fluctuations lentes, fluctuations moyennes, pics rapides et épisodes intermittents.

Élément turbulent	Effet dans le signal
Grands tourbillons	variations lentes
Cascade inertielle	fluctuations multi-échelles
Filaments de vorticité	pics intenses et intermittents
Dissipation visqueuse	coupure aux petites échelles
Forçage	maintien statistique du régime turbulent

'

15. Exemple : réseaux biologiques

Dans un réseau biologique, on peut mesurer au point (A) :

- une pression sanguine ;
- une concentration en oxygène ;
- un flux respiratoire ;
- un potentiel électrique ;
- une concentration chimique ;
- une activité neuronale.

Ces signaux sont rarement simples. Ils portent la trace d'une organisation ramifiée : gros conduits, conduits moyens, capillaires, micro-échanges. Chaque niveau possède ses temps propres.

On peut schématiser :

$$u_A(t) = \sum_n u_n(t), \tau_n = \tau_0 r^n.$$

Le signal local reflète l'organisation arborescente du réseau. Il peut présenter une mémoire longue parce que les différents chemins ont des temps de propagation différents. Il peut présenter un spectre en loi de puissance parce que les échelles sont distribuées de manière hiérarchique.

16. Exemple : galaxie

Dans une galaxie, si l'on mesure en un point la densité de gaz, la température ou le taux de formation stellaire local, on observe une dynamique intermittente.

Le signal peut contenir :

- passage d'ondes de densité ;
- chocs ;
- refroidissement ;
- effondrement gravitationnel ;
- formation d'étoiles ;
- supernovae ;
- feedback ;
- réaccrétion.

La galaxie possède une hiérarchie :

$$halo \rightarrow disque \rightarrow bras \rightarrow nuages \rightarrow cœurs \rightarrow étoiles.$$

Chaque niveau possède des temps caractéristiques. Le signal local peut donc être multi-échelle, intermittent et fortement dépendant des événements de rétroaction.

17. Tableau de synthèse des propriétés du signal

Propriété du signal	Formule ou indicateur	Origine structurelle	Interprétation
Projection locale	projection locale	mesure d'un champ spatial en un point	le signal est une coupe temporelle de la structure
Équation locale	équation locale complète	évaluation de l'équation de champ au point (A)	le signal dépend du local et du voisinage
Échelles spatiales	progression des longueurs	arborescence, interface fractale, cascade	structure organisée par niveaux
Échelles temporelles	temps de transport	transport ou propagation	les longueurs deviennent des temps
Autosimilarité temporelle	progression des temps	progression géométrique des échelles	répétition statistique du motif temporel

Propriété du signal	Formule ou indicateur	Origine structurelle	Interprétation
Ondelettes	coefficient d'ondelette	événements localisés en temps et en échelle	mesure des structures temporelles multi-échelles
Spectre	spectre en loi de puissance	cascade ou distribution large des temps	signature fréquentielle de l'autosimilarité
Mémoire longue	noyau mémoire en loi de puissance	propagation dans un réseau ramifié	le passé agit sur plusieurs échelles de temps
Hurst	loi de Hurst	rugosité temporelle	mesure de persistance ou anti-persistance
Multifractalité	loi de structure multifractale	intermittence, concentration des flux	plusieurs exposants organisent les fluctuations
Attracteur	projection de l'attracteur	projection d'une dynamique globale	le signal est une trace de l'attracteur spatial

Ce tableau montre que les propriétés du signal ne sont pas des indicateurs isolés. Elles sont les conséquences temporelles d'une structure spatiale. L'autosimilarité, la mémoire longue, le spectre en loi de puissance et l'intermittence sont autant de manières de lire, dans le temps, la géométrie et la dynamique du système.

---

18. Méthode pratique d'analyse d'un signal issu d'une structure dissipative

Pour analyser un signal (u_A(t)), on peut suivre une méthode progressive.

Étape	Question	Outil
1	Le signal est-il stationnaire ou change-t-il de régime ?	moyenne glissante, variance glissante, segmentation
2	Existe-t-il des échelles dominantes ?	Fourier, spectre de puissance
3	Le signal est-il multi-échelle ?	ondelettes
4	Le spectre suit-il une loi de puissance ?	régression log-log de S(f)
5	Existe-t-il une mémoire longue ?	autocorrélation, Hurst, DFA

Étape	Question	Outil
6	Le signal est-il intermittent ?	fonctions de structure, moments d'ordre élevé
7	Est-il multifractal ?	analyse multifractale, zeta(p)
8	Peut-on relier les temps aux longueurs de la structure ?	modèle tau_n ~ ell_n/v_n

Cette méthode permet de remonter du signal vers la structure. Elle transforme une courbe temporelle en indice d'une organisation spatiale et dynamique.

---

19. Conclusion : le signal comme mémoire de la forme

Le signal mesuré en un point d'une structure dissipative est beaucoup plus qu'une simple fluctuation locale. Il est la mémoire temporelle d'une forme spatiale. Si cette forme est ramifiée, fractale, turbulente ou organisée par cascade, alors le point d'observation reçoit la trace de plusieurs échelles.

La diffusion tend à lisser le signal. Le potentiel local tend à le ramener vers des états préférés. L'activité (A(u)) entretient les instabilités, les fronts et les oscillations. Les sources (S(x,t)) imposent les flux du milieu. Le bruit fournit les fluctuations. Mais la structure spatiale transforme tout cela en mémoire, en spectre, en rugosité et en intermittence.

La chaîne complète peut être écrite en plusieurs étapes :

Équation de champ → structure dissipative.

Structure dissipative → arborescence de flux.

Arborescence de flux → interface fractale.

Interface fractale → signal local autosimilaire.

Ou, plus simplement :

Forme fractale dans l'espace → mémoire fractale dans le temps.

C'est cette articulation qui permet de relier la géométrie des structures dissipatives à l'analyse des signaux. Le signal devient la parole temporelle de la forme. Là où la structure ramifie ses flux dans l'espace, le signal ramifie ses fluctuations dans le temps.