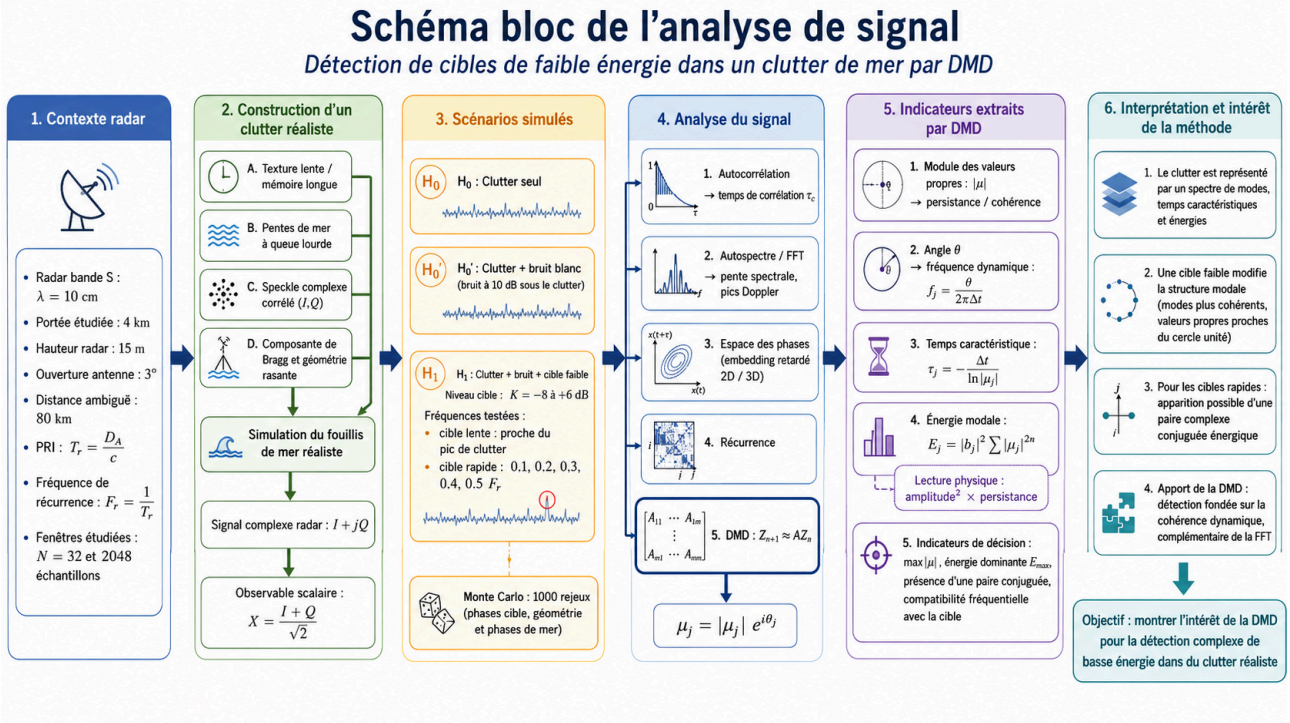
DÉTECTION DE CIBLES FAIBLES DANS UN CLUTTER DE MER

Une étude pédagogique par reconstruction dynamique et Dynamic Mode Decomposition



Vue d'ensemble de la chaîne étudiée : du modèle physique de mer aux indicateurs DMD de détection.

Radar bande S – clutter de mer réaliste – espace des phases – récurrence – DMD – Monte Carlo

Document de synthèse pédagogique – août 2026

Résumé

Ce document reprend et organise une étude progressive consacrée à la détection de cibles de faible énergie dans un clutter de mer. Le but n'est pas de proposer ici un détecteur radar opérationnel complet, ni de démontrer une supériorité universelle de la Dynamic Mode Decomposition (DMD) sur les traitements classiques. L'objectif est plus ciblé : construire un clutter suffisamment crédible physiquement pour que les expériences numériques aient du sens, puis montrer que la DMD apporte une lecture complémentaire de la présence d'une cible en termes de cohérence, de temps caractéristiques, de fréquence dynamique et d'énergie modale.

La démarche part d'un radar bande S pointé à 4 km, à 15 m au-dessus de la mer, avec une largeur de lobe à 3 dB de 3° et une distance ambiguë de 80 km. Le clutter complexe est construit comme un champ I+jQ résultant d'une architecture speckle–texture : un speckle complexe corrélé représente la diffusion rapide, tandis qu'une texture lente, issue d'un champ de pentes corrélées, d'une géométrie rasante et d'un mécanisme de visibilité, module localement la brillance. Cette architecture reprend le modèle de fouillis de mer joint, dans lequel la dynamique de la surface, la diffusion de Bragg, la texture et le masquage sont explicitement distingués.

Le signal est d'abord caractérisé sans cible : autocorrélation, temps de corrélation, autospectre en échelle log–log, reconstruction d'un espace des phases à trois dimensions, matrice de récurrence, dimension de corrélation et prédictibilité à un pas. Un bruit blanc gaussien est ensuite ajouté à 10 dB sous le clutter. La DMD est alors appliquée dans l'espace retardé 3D. Les valeurs propres sont interprétées comme des signatures modales : leur module renseigne sur la persistance, leur argument sur la fréquence dynamique, et l'énergie associée à un mode combine son amplitude et sa durée de vie dans la fenêtre observée.

Deux régimes de cibles sont ensuite étudiés sur des fenêtres très courtes de 32 impulsions. Une cible lente, placée à 1,2 fois le pic Doppler du clutter, est trop lente pour que sa fréquence soit estimée sur 32 échantillons ; elle apparaît surtout comme une cohérence quasi-statique qui déplace les valeurs propres vers le cercle unité et augmente fortement l'énergie modale. Une cible rapide, placée à 0,2 fois la fréquence de récurrence, produit au contraire 6,4 périodes en 32 échantillons. Lorsque son niveau est suffisant, elle fait apparaître une paire complexe conjuguée énergique, dont l'angle porte une estimation de fréquence. Des Monte Carlo de 1000 rejeux montrent comment les distributions de max|μ| et de l'énergie modale dominante se déplacent avec le rapport cible/clutter K.

Conclusion générale — La DMD semble particulièrement intéressante lorsque l'on cherche, dans une fenêtre courte et un clutter complexe, non pas seulement un excès spectral, mais une structure temporelle cohérente. Elle transforme le signal en un petit nombre de modes caractérisés par (fréquence, persistance, énergie), fournissant ainsi une représentation dynamique complémentaire de la FFT. Les résultats restent des résultats de simulation et doivent être validés sur données radar réelles et avec des comparaisons de performance à PFA fixé.

Plan du document

1. 1. Pourquoi construire un clutter de mer réaliste ?
2. 2. Configuration radar et échantillonnage
3. 3. Du modèle de mer au signal complexe I/Q
4. 4. Caractérisation du clutter seul
5. 5. Reconstruction dynamique : espace des phases, récurrence, dimension et prédictibilité
6. 6. Introduction du bruit et lecture DMD du clutter
7. 7. Cible lente : 1,2 fois le pic du clutter
8. 8. Cible rapide : 0,2 fois la fréquence de récurrence
9. 9. Comparaison avec une FFT sur 32 échantillons
10. 10. Ce que la DMD apporte – et ce qu'elle ne démontre pas encore
11. 11. Chaîne de traitement proposée
12. 12. Bibliographie détaillée et commentée

1. Pourquoi construire un clutter de mer réaliste ?

Une méthode de détection ne peut être évaluée sérieusement sur un bruit de fond trop simple. Pour une cible noyée dans le clutter marin, le problème vient précisément du fait que le fond n'est ni blanc, ni parfaitement gaussien, ni stationnaire à toutes les échelles. La mer possède des structures cohérentes, des corrélations temporelles, des glints, des distributions à queue lourde et une dynamique Doppler. Une méthode comme la DMD, qui cherche elle-même des structures dynamiques cohérentes, serait artificiellement favorisée si elle n'était comparée qu'à un bruit blanc.

Le premier choix méthodologique a donc été de ne pas commencer par la DMD, mais par la mer. Le modèle joint propose une construction hiérarchique : la surface est décrite par une dynamique multi-échelle ; elle est décomposée en facettes dont les pentes et la visibilité dépendent de la géométrie ; la diffusion rapide est représentée par un speckle complexe ; une texture lente module la puissance locale ; enfin la vitesse des facettes pilote le Doppler. Le signal reçu n'est donc pas un bruit ad hoc, mais le résultat d'une chaîne qui conserve une interprétation physique à chaque étage.

Cette philosophie est cohérente avec l'approche compound-Gaussian classique du clutter de mer : un processus rapide localement gaussien est modulé par une texture plus lente. Ward a montré dès les années 1980 que cette structure permettait d'expliquer les statistiques non-Rayleigh du clutter haute résolution. Le modèle utilisé ici ajoute une lecture géométrique et dynamique : la texture dépend des pentes, du masquage et des épisodes brillants ; la phase dépend d'un processus Doppler corrélé.

Principe de validation — On cherche à montrer l'intérêt de la DMD dans une situation difficile. Le réalisme du clutter ne garantit pas que le modèle reproduise toutes les mers réelles ; il évite surtout que la démonstration ne repose sur un fond artificiellement facile.

2. Configuration radar et échantillonnage

La configuration adoptée au fil de l'étude est celle d'un radar bande S de longueur d'onde 10 cm, observant une zone de mer à 4 km, depuis une hauteur de 15 m. L'ouverture à 3 dB du lobe d'antenne est de 3°. À cette distance, l'angle rasant est très faible : l'observation est donc sensible au masquage par les crêtes et aux facettes orientées favorablement.

Paramètre	Valeur
Longueur d'onde radar	λ = 0,10 m
Portée de pointage	R = 4 km
Hauteur radar	h = 15 m
Ouverture 3 dB	3°
Distance ambiguë (convention de l'étude)	DA = 80 km
Nombre d'échantillons long	N = 2048
Fenêtre courte de détection	N = 32

Avec la convention utilisée dans la discussion, la distance ambiguë est reliée à la période de répétition par :

$$D_A \;=\; c\,T_r$$

On obtient :

$$T_r \;=\; D_A \,/\, c \;\approx\; 266.85\ \mu s$$

$$F_r \;=\; 1 \,/\, T_r \;\approx\; 3747.4\ Hz$$

Cette valeur est fondamentale pour la suite. Une fenêtre de 2048 impulsions couvre environ 0,546 s, tandis qu'une fenêtre de 32 impulsions ne couvre qu'environ 8,54 ms. Une cible lente à quelques hertz varie à peine sur 32 impulsions ; une cible à 0,2 Fr effectue au contraire 6,4 périodes sur la même fenêtre.

$$T_obs = N\,T_r$$

3. Du modèle de mer au signal complexe I/Q

Le modèle de départ sépare explicitement les phénomènes. La surface de mer est porteuse d'une mémoire et d'une structure multi-échelle. Les pentes locales ne sont pas indépendantes ; elles déterminent en partie la visibilité des facettes et les épisodes de forte rétrodiffusion. Le champ reçu est ensuite construit comme une somme cohérente de contributions complexes.

3.1 Speckle rapide et texture lente

Dans une représentation compound-Gaussian, le retour complexe peut être écrit sous la forme :

$$E[n] = \sqrt{\tau[n]} \cdot g[n]$$

où g[n] est un speckle complexe corrélé et τ[n] une texture positive plus lente. Conditionnellement à la texture, I et Q ont une structure proche d'un processus gaussien complexe ; les queues lourdes de l'amplitude proviennent principalement des fluctuations de texture.

Dans la simulation, la texture combine une variable latente à mémoire longue, une statistique de pente à queue lourde et une fonction de visibilité dépendant de l'angle rasant. Le speckle est construit comme un processus complexe corrélé de type AR(1), puis Dopplerisé autour d'une fréquence compatible avec la diffusion de Bragg en bande S.

3.2 Diffusion de Bragg

Pour un radar monostatique et une observation rasante, la longueur d'onde de mer résonante est de l'ordre de la moitié de la longueur d'onde radar. Avec λr = 10 cm, on obtient une échelle de Bragg voisine de 5 cm. Le modèle joint insiste sur le fait que le Doppler ne doit pas être ajouté arbitrairement : il doit provenir des vitesses de surface, éventuellement dérivées d'un spectre de mer de type JONSWAP.

$$\lambda_B \approx \lambda_r / 2 \approx 5\,cm$$

3.3 Observable scalaire utilisée pour l'analyse dynamique

Le radar délivre naturellement deux quadratures. Pour reconstruire un espace des phases à partir d'une seule série scalaire, nous avons retenu une combinaison linéaire symétrique :

$$X[n] = (I[n] + Q[n]) / \sqrt{2}$$

Cette combinaison conserve l'information cohérente des deux quadratures tout en fournissant une série signée centrée, plus appropriée que l'enveloppe |E| pour une analyse de phase par retards.

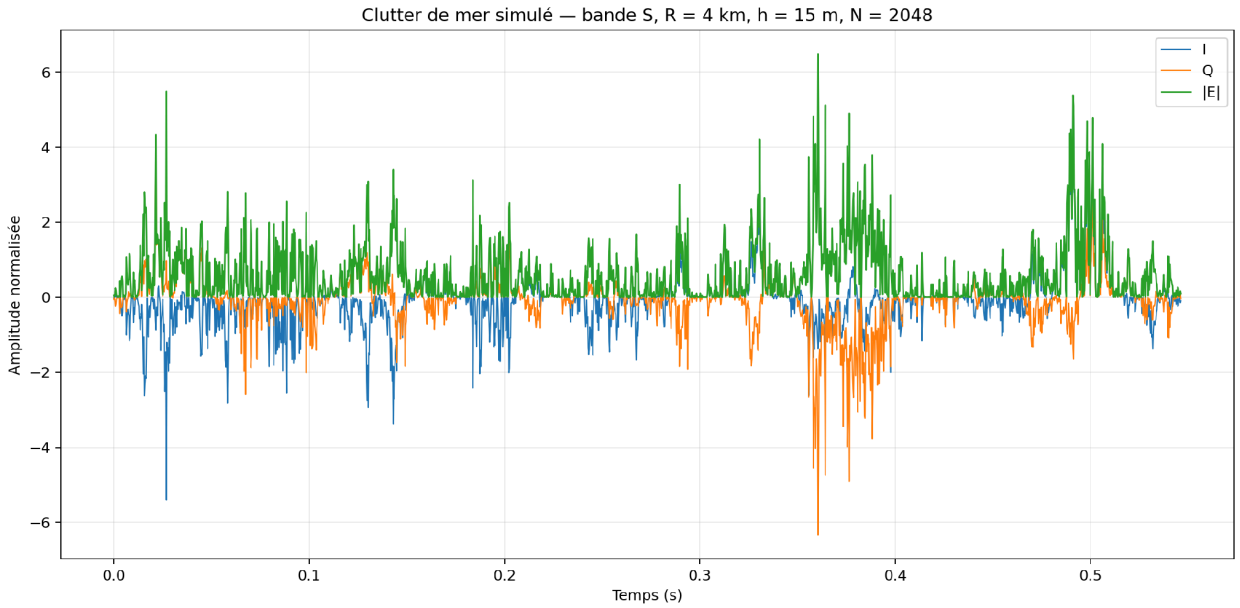


Figure 1 — Réalisation initiale du clutter complexe. Les quadratures I et Q sont modulées par une enveloppe intermittente : le signal alterne régions calmes et excursions brillantes, signature du produit speckle–texture.

4. Caractérisation du clutter seul

4.1 Autocorrélation et temps caractéristique

Le premier indicateur recherché est un temps caractéristique intrinsèque. L'autocorrélation complexe normalisée décroît rapidement à faible retard puis présente des ondulations résiduelles, dues au caractère cohérent et Dopplerisé du clutter. Nous avons retenu comme définition pratique le premier retard pour lequel le module de l'autocorrélation passe sous 1/e.

$$|R[k_c]| \leq 1/e$$

Sur la réalisation initiale de 2048 points, ce critère donne environ 22 échantillons, soit près de 5,9 ms. Ce n'est pas une constante universelle de la mer : un Monte Carlo de 1000 réalisations, faisant varier conditions initiales, phases, pentes et géométrie locale, donne une distribution plus large, centrée approximativement autour de 25 à 30 échantillons.

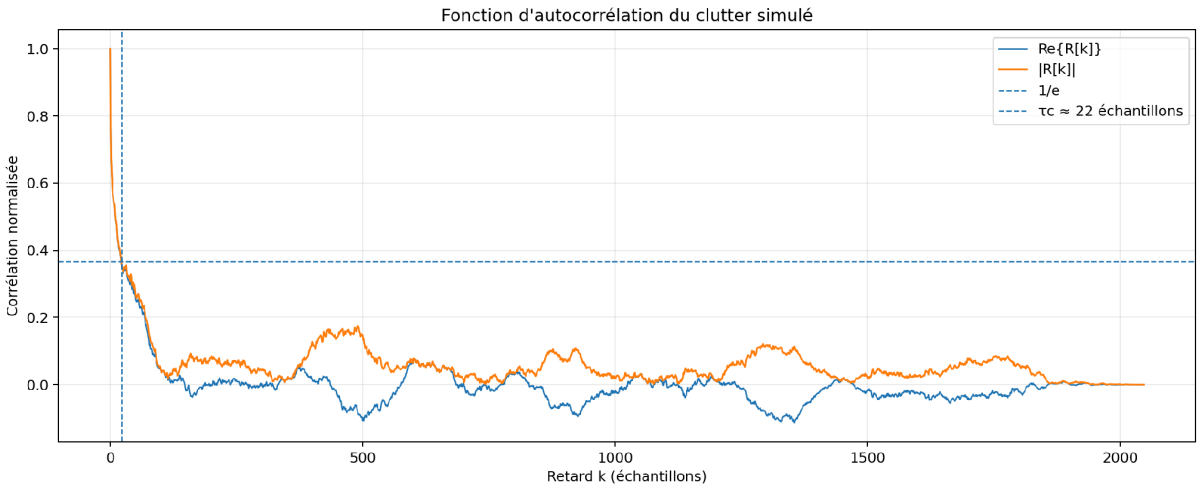


Figure 2 — Autocorrélation du clutter initial. Le premier passage sous 1/e fournit un retard caractéristique de 22 échantillons pour cette réalisation.

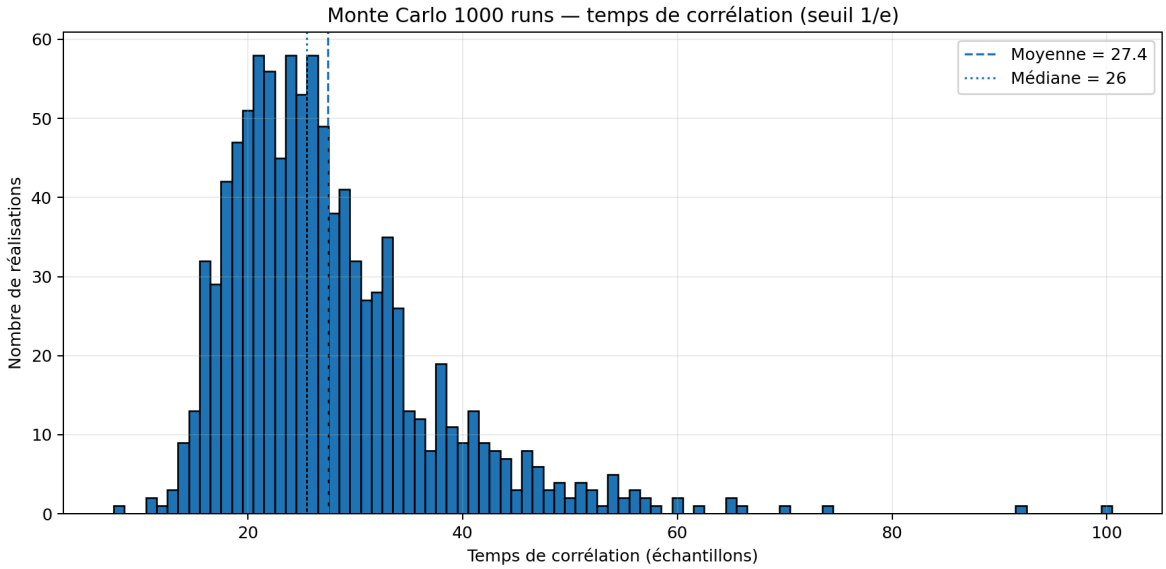


Figure 3 — Monte Carlo sur 1000 réalisations : distribution du temps de corrélation. La dispersion rappelle qu'un clutter réaliste possède une famille de temps caractéristiques plutôt qu'une valeur déterministe unique.

4.2 Autospectre et structure multi-échelle

Le périodogramme en échelle log–log met en évidence un spectre non blanc, enrichi aux basses fréquences et décroissant globalement avec la fréquence. Dans la simulation, une régression sur une bande intermédiaire a donné un exposant voisin de 1 en moyenne sur Monte Carlo. Il faut interpréter cette pente comme une signature effective du modèle, et non comme une loi universelle du clutter marin.

$$S(f) \propto f\text{^}(-\beta),\ \beta \approx 1\ (sur\ la\ bande\ ajustée\ du\ modèle)$$

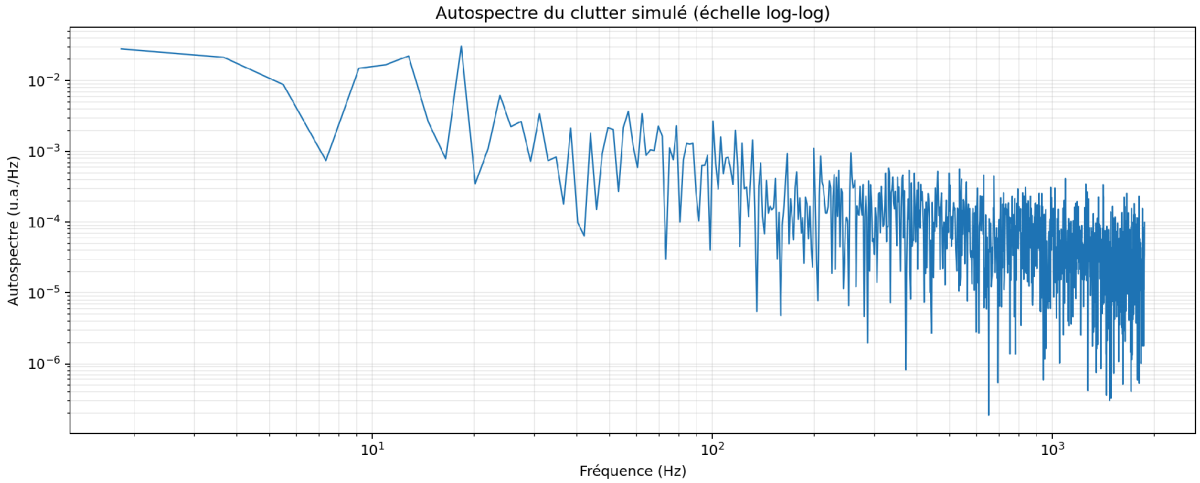


Figure 4 — Autospectre du clutter initial en échelle log–log. La structure n'est pas blanche : le fond contient de la mémoire et des échelles de relaxation.

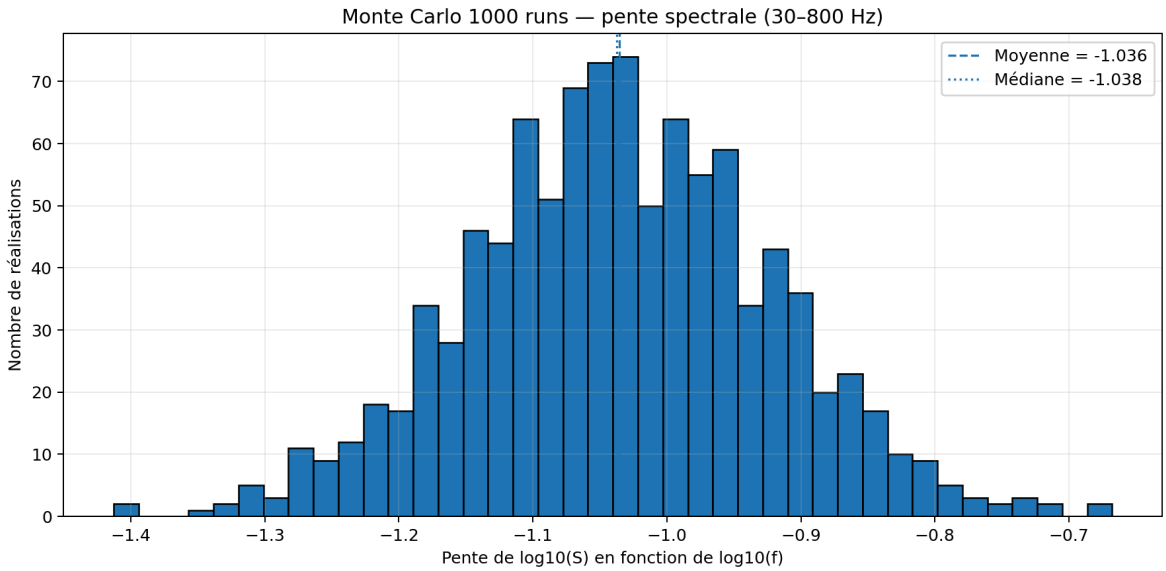


Figure 5 — Distribution Monte Carlo de la pente spectrale estimée. La concentration autour d'un comportement voisin de 1/f est une propriété de la construction numérique retenue.

5. Reconstruction dynamique : espace des phases, récurrence, dimension et prédictibilité

5.1 Reconstruction par retards

Une série scalaire ne montre pas directement l'état interne du processus qui l'a produite. L'idée de Takens consiste à reconstruire un espace d'état en empilant des versions retardées de la mesure. Avec le retard τ = 22 échantillons mesuré sur la réalisation initiale, l'état reconstruit en dimension 3 est :

$$Z_n \;=\; [\,X[n],\; X[n+\tau],\; X[n+2\tau]\,]\text{^}T$$

L'objectif n'est pas de prétendre que la mer est un système déterministe de dimension 3. L'embedding fournit un espace de comparaison géométrique dans lequel on peut observer la forme du nuage, rechercher des récurrences et construire un opérateur DMD compact.

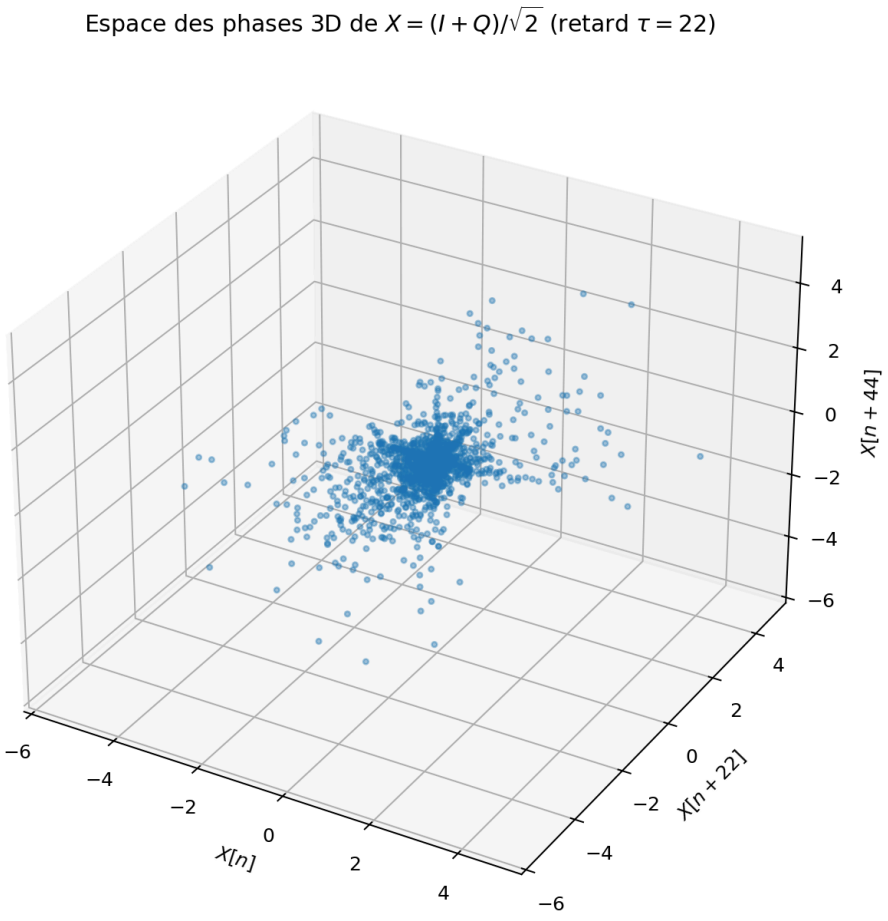


Figure 6 — Espace des phases 3D reconstruit à partir de X=(I+Q)/√2 avec τ=22. Le nuage est centré, anisotrope et intermittent ; il ne ressemble pas à un attracteur lisse simple.

5.2 Récurrence : visualiser les retours de trajectoire

La matrice de récurrence code les couples d'instants pour lesquels les états reconstruits sont suffisamment proches. Dans un signal structuré, des diagonales et des zones organisées apparaissent ; un bruit blanc pur tend davantage vers un semis de points isolés. Pour le clutter bruité, les motifs doivent être interprétés comme de la cohérence statistique et temporelle, non comme une preuve de déterminisme.

$$R_ij \;=\; 1 \;si\; ||Z_i \;-\; Z_j|| \;\leq\; \varepsilon\,;\; 0\; sinon$$

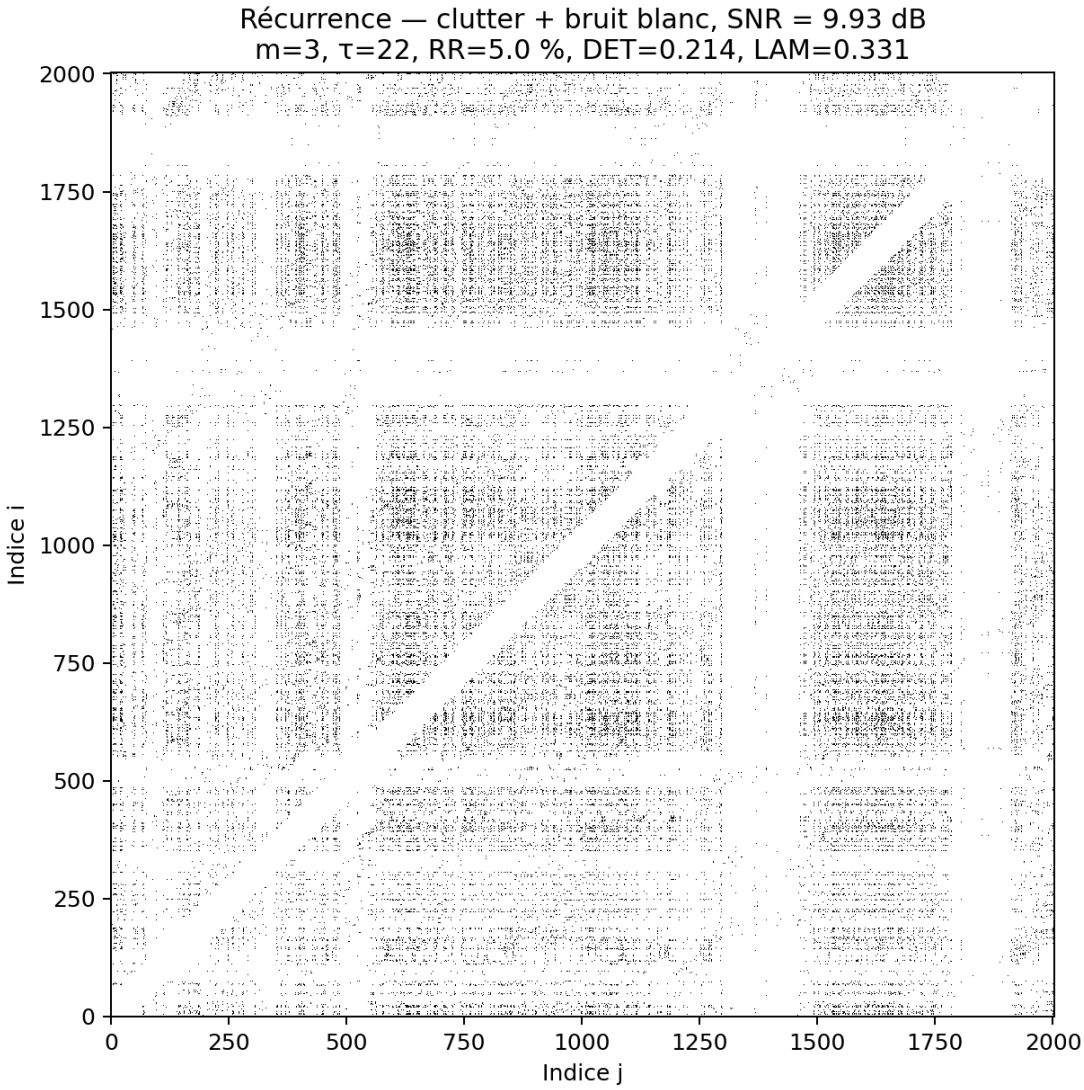


Figure 7 — Matrice de récurrence du clutter avec bruit blanc à 10 dB sous le clutter. Malgré le bruit, une organisation résiduelle subsiste ; elle traduit la mémoire du clutter.

5.3 Dimension de corrélation : une dimension effective, pas une preuve de chaos

La somme de corrélation de Grassberger–Procaccia mesure la fraction de paires de points séparées de moins d'un rayon r. Dans une zone d'échelle, une loi C(r) ~ r^D2 permet d'estimer une dimension de corrélation. Sur l'espace 3D de la réalisation initiale, nous avons obtenu une pente effective voisine de 1,66.

$$C(r) \propto r\text{^}(D_2)$$

$$D_2 = d\,log\,C(r) \,/\, d\,log\,r \approx 1.66$$

Cette valeur est intéressante mais ne doit pas être surinterprétée. L'histoire de l'analyse du clutter de mer contient précisément un débat entre interprétation chaotique de faible dimension et description stochastique structurée. Haykin et Puthusserypady ont défendu une lecture chaotique ; Unsworth et ses collègues ont ensuite montré que certains estimateurs de dimension et de faux voisins pouvaient produire de faux diagnostics de chaos sur des processus stochastiques. Notre simulation tranche ce point par construction : le signal est stochastique, tout en pouvant produire une dimension effective non entière dans un espace reconstruit.

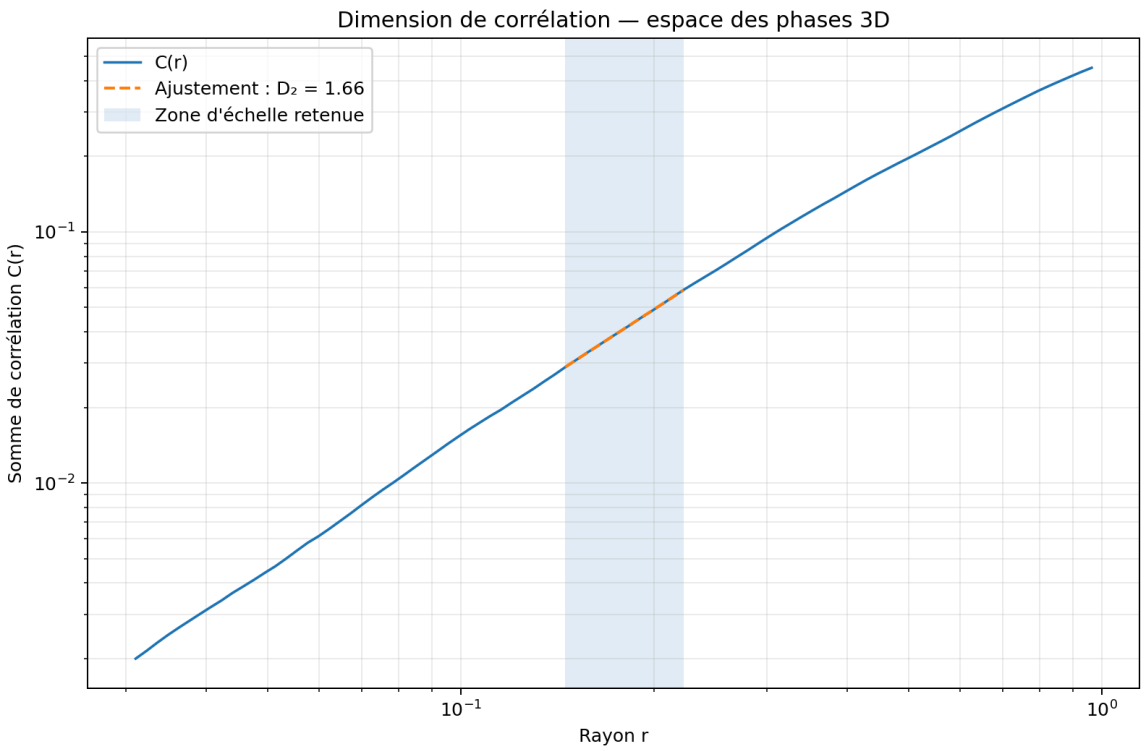


Figure 8 — Somme de corrélation et ajustement de Grassberger–Procaccia. La pente locale donne une dimension effective voisine de 1,66 sur la zone sélectionnée.

5.4 Prédictibilité

La prédictibilité peut être comprise comme la capacité à estimer l'état suivant à partir de l'état courant. Dans le rapport méthodologique joint consacré à Lorenz, cette idée était étudiée par prédiction locale et par DMD. Pour le clutter de cette discussion, la mesure quantitative retenue a surtout été la prédiction DMD à un pas après ajout du bruit. Cette prédiction ne reconstitue pas tout le clutter : elle extrait la composante compatible avec une évolution linéaire locale de faible dimension.

6. Introduction du bruit et lecture DMD du clutter

Un bruit blanc gaussien est ajouté avec une puissance située 10 dB sous celle du clutter. Si σC désigne le RMS de l'observable de clutter et σB celui du bruit, la convention utilisée est :

$$\sigma_B \;=\; \sigma_C \,/\, \sqrt{10}$$

On reconstruit ensuite le même espace retardé 3D et l'on ajuste un opérateur A par moindres carrés :

$$Z_(n \,+\, 1) \;\approx\; A\, Z_n$$

La DMD consiste à diagonaliser cet opérateur effectif. Ses valeurs propres ne sont pas celles d'un Jacobien physique de la mer ; elles décrivent la meilleure dynamique linéaire associée aux observables dans l'espace choisi.

$$\mu_j \;=\; |\mu_j|\, exp(i\, \theta_j)$$

Deux quantités ont une lecture immédiate. Le module |μ| traduit la persistance du mode ; l'argument θ traduit son oscillation. En temps discret :

$$f_j \;=\; \theta_j \,/\, (2\pi\, \Delta t)$$

$$\tau_j \;=\; -\, \Delta t \,/\, ln\, |\mu_j|$$

Un mode proche du cercle unité est donc un mode de longue durée de vie. Une paire complexe conjuguée représente une oscillation réelle ; son angle donne une fréquence positive et négative symétrique.

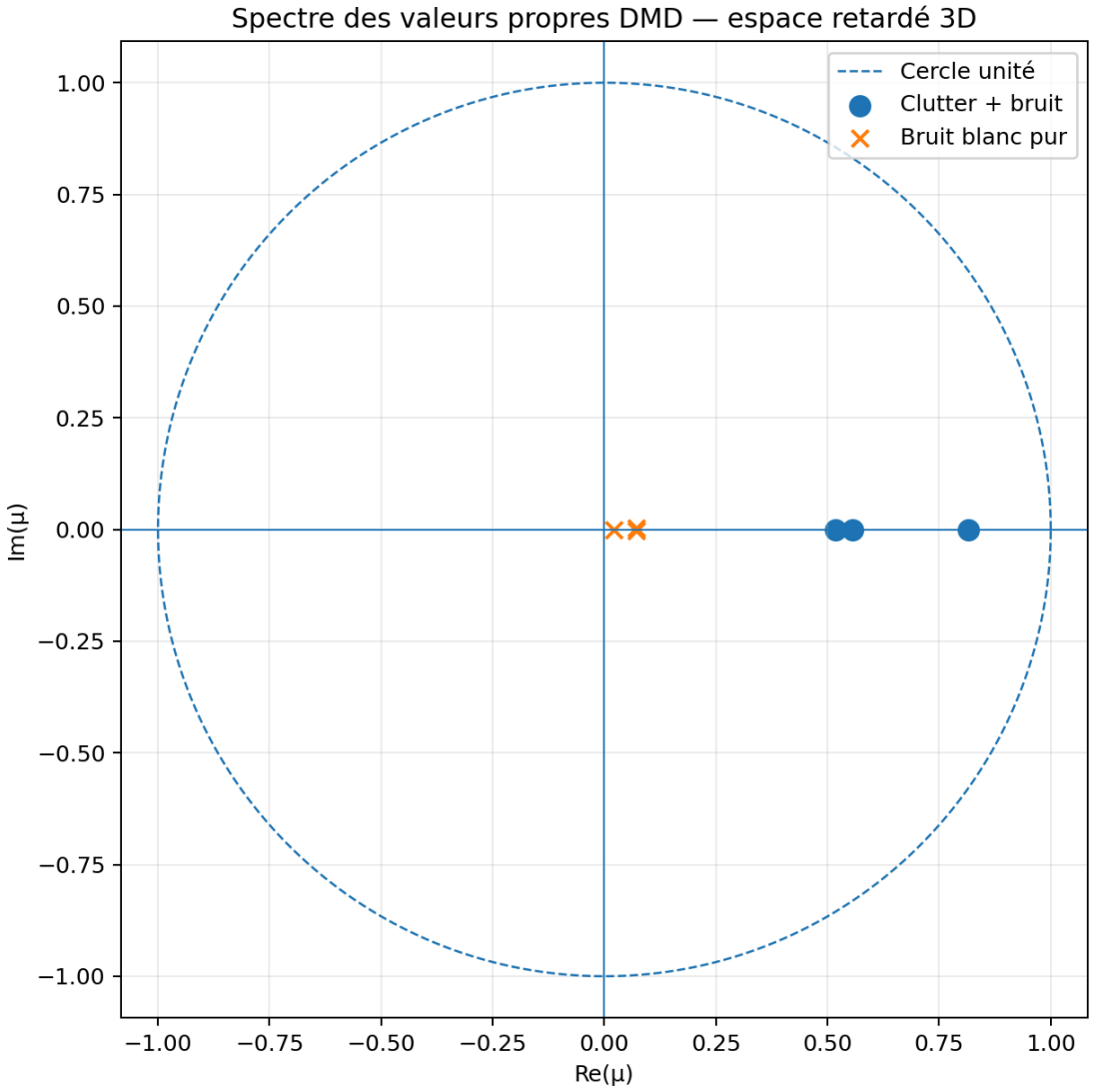


Figure 9 — Spectre DMD du clutter bruité dans l'espace retardé 3D. Les modes du clutter restent à l'intérieur du cercle unité, ce qui traduit des structures corrélées mais amorties.

La DMD a également été utilisée comme estimateur à un pas. Dans l'expérience réalisée sur le clutter bruité, la corrélation entre l'estimation DMD et le clutter propre était d'environ 0,74. La sortie DMD suit les composantes les plus cohérentes et atténue une partie des fluctuations imprédictibles.

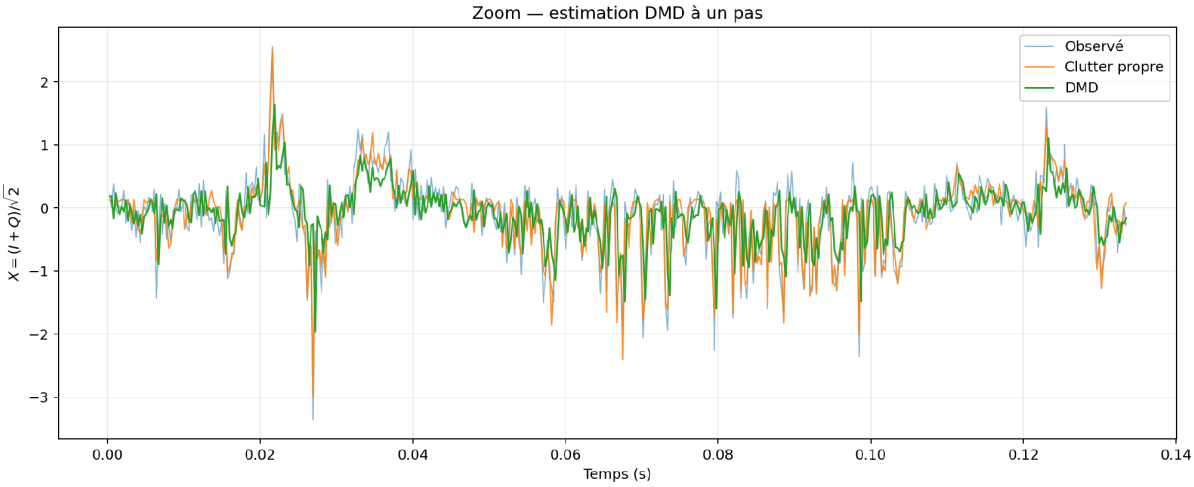


Figure 10 — Zoom sur la prédiction DMD à un pas : signal observé, clutter propre et estimation. La DMD joue ici le rôle d'un filtre de cohérence temporelle, non d'un débruiteur optimal.

6.1 Énergie d'un mode DMD

Pour comparer l'importance des valeurs propres, nous avons associé à chaque mode une contribution intégrée sur la fenêtre. Après normalisation de la norme du mode φj, et si bj est son amplitude initiale :

$$E_j \;=\; |b_j|\text{^}2\,\Sigma_(n\;=\;0)\text{^}(L\;-\;1)\;|\mu_j|\text{^}(2n)$$

Cette grandeur n'est pas une énergie électromagnétique absolue. C'est une énergie de représentation modale. Elle combine l'amplitude du mode et sa persistance. Lorsque |μ| est proche de 1 et que la fenêtre est suffisamment longue, la somme géométrique donne approximativement :

$$E_j \;\propto\; |b_j|\text{^}2\,\tau_j$$

La lecture physique est alors intuitive : un mode est énergique s'il est à la fois fortement excité et durable. Cette propriété est centrale pour la détection de cibles cohérentes dans un clutter plus dispersé.

7. Cible lente : 1,2 fois le pic du clutter

La première cible ajoutée est volontairement proche de la dynamique lente du clutter. Le pic spectral de la réalisation de référence est autour de 3,66 Hz ; la cible est placée à 1,2 fois cette fréquence, soit environ 4,39 Hz. Son niveau K est défini relativement au RMS du clutter et varie de −6 à +6 dB.

$$K \;=\; 20\,log10(\,\sigma_cible\,/\,\sigma_clutter\,)$$

Sur 32 impulsions, la durée d'observation n'est que 8,54 ms, alors que la période de cette cible est voisine de 0,228 s. La fenêtre ne couvre donc qu'environ 0,037 période. La DMD ne peut pas estimer une fréquence de 4,39 Hz sur une fenêtre si courte ; elle voit plutôt cette cible comme une composante très lente, presque constante sur la fenêtre.

Conséquence méthodologique — Pour la cible lente, l'intérêt de la DMD sur N=32 ne réside pas dans l'identification fréquentielle. Il réside dans la détection d'une cohérence supplémentaire : apparition d'un mode plus persistant et augmentation de l'énergie modale.

Un Monte Carlo de 1000 rejeux par niveau K a été réalisé en faisant varier la phase de la cible, les phases du champ de mer, les innovations de pente, le speckle et la géométrie locale. Pour le clutter + bruit seul, la médiane de max|μ| est proche de 0,54. En présence de la cible lente, la médiane augmente régulièrement et atteint environ 0,95 à +6 dB.

K (dB)	médiane max|μ|	médiane Emax	médiane Fmax

-6	0.681	3.37	0.566
-4	0.709	4.38	0.602
-2	0.784	6.59	0.713
+0	0.835	11.71	0.828
+2	0.890	25.62	0.902
+4	0.921	56.13	0.953
+6	0.946	107.74	0.977

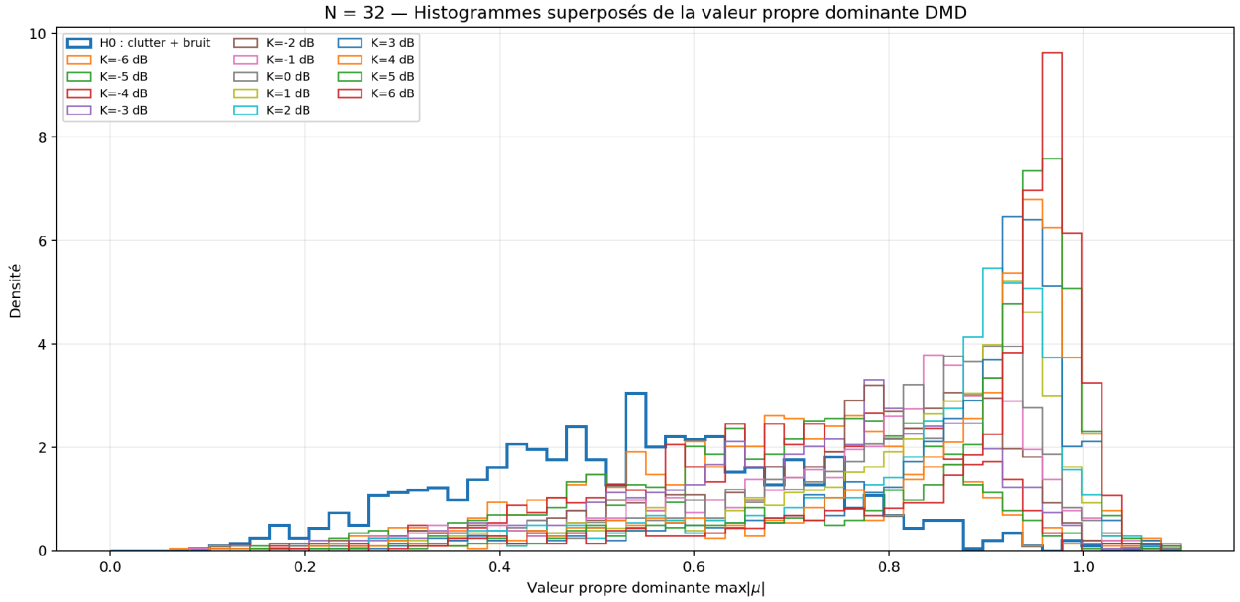


Figure 11 — Cible lente, N=32 : histogrammes superposés de max|μ|. Les distributions se déplacent progressivement vers le cercle unité lorsque K augmente.

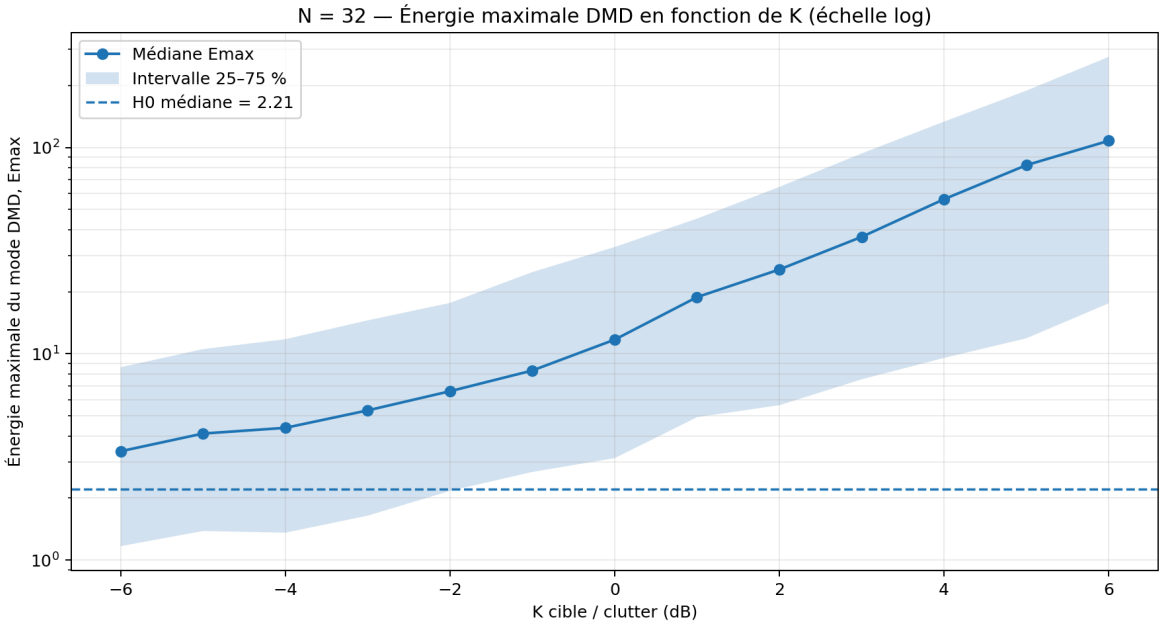


Figure 12 — Cible lente, N=32 : énergie modale maximale en fonction de K. Sur cette fenêtre très courte, la cible agit comme une composante quasi-statique et produit un mode de longue persistance ; Emax devient très sensible à son niveau.

Cette forte croissance de l'énergie doit être lue avec prudence : elle ne signifie pas que la DMD a identifié le Doppler de la cible. Elle signifie qu'une composante cohérente de longue durée de vie est apparue dans la fenêtre. Pour une cible lente, la signature principale est donc la persistance, pas la fréquence.

8. Cible rapide : 0,2 fois la fréquence de récurrence

Le second régime est qualitativement différent. La cible est placée à :

$$f_c \;=\; 0.2\,F_r \;\approx\; 749.5\,Hz$$

Avec N=32, la fenêtre contient 6,4 périodes. La phase de l'oscillation est donc suffisamment parcourue pour qu'une méthode modale puisse retrouver une paire complexe associée à cette fréquence.

8.1 Une réalisation à K = +6 dB

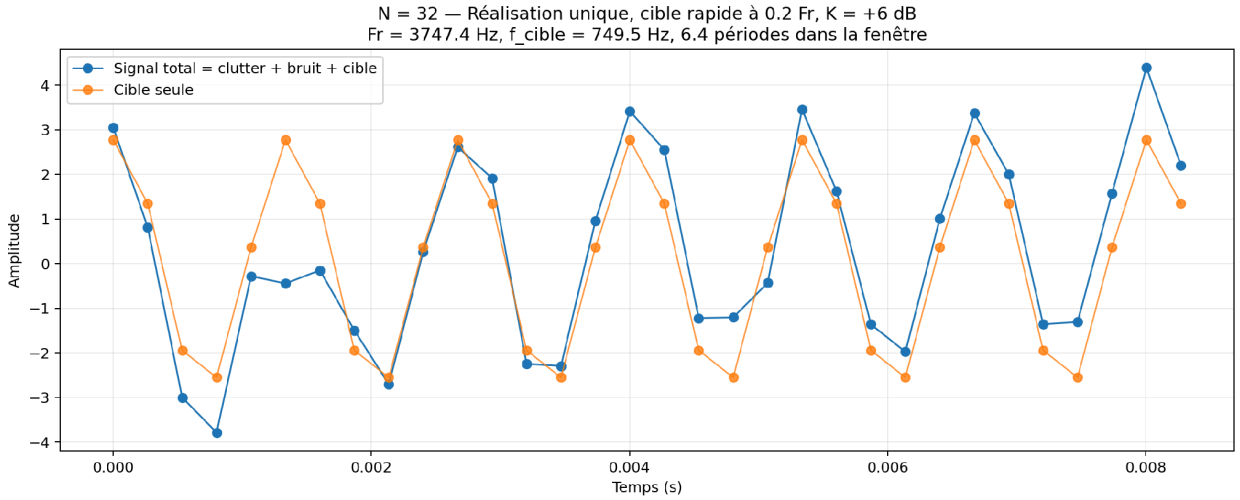


Figure 13 — Cible rapide à +6 dB. Sur 32 échantillons, la sinusoïde effectue 6,4 périodes et imprime visiblement sa cohérence au signal clutter + bruit.

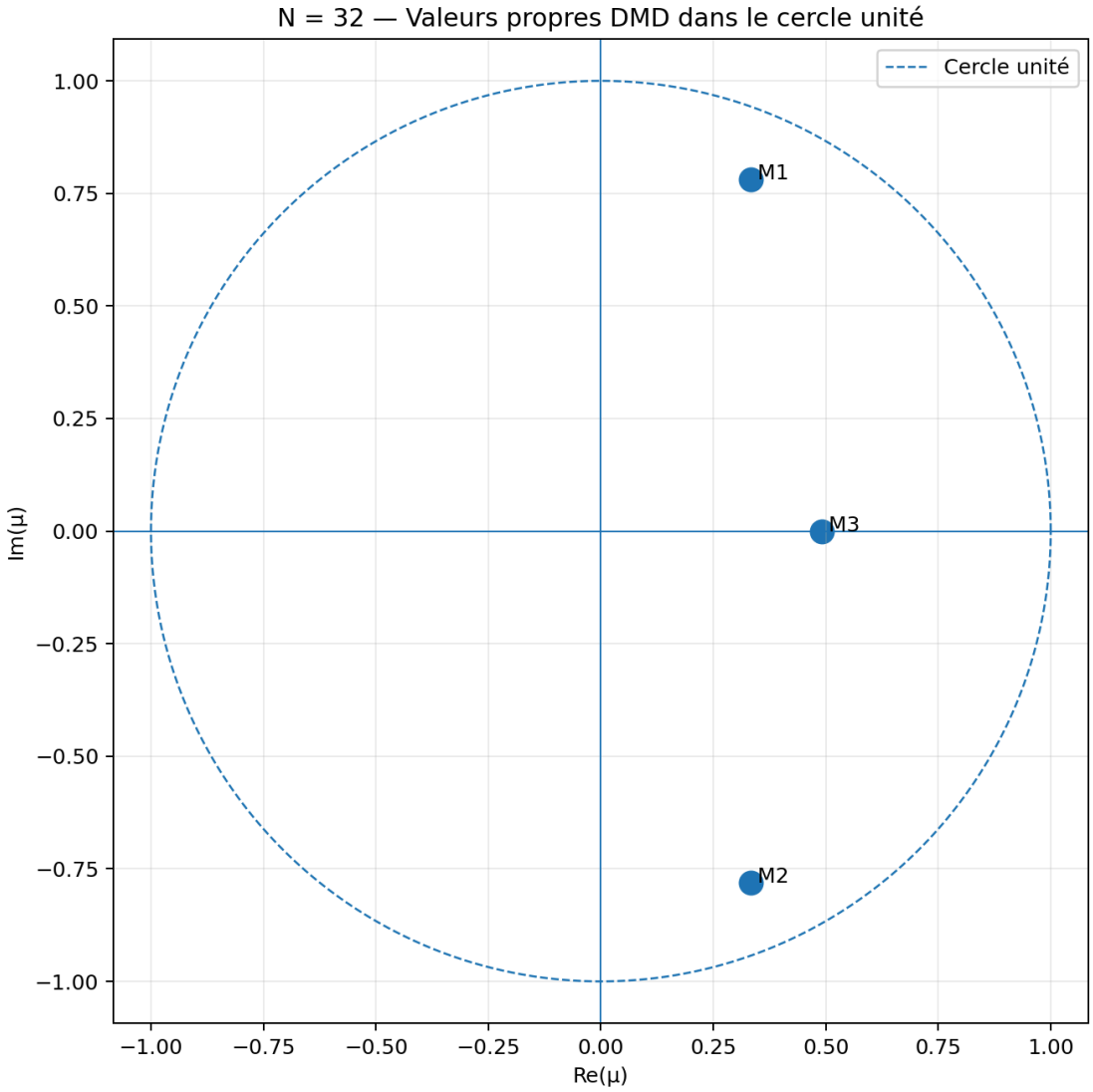


Figure 14 — Spectre DMD de la même réalisation. Une paire complexe conjuguée domine : son angle correspond à une fréquence estimée d'environ 696 Hz, proche de la cible à 749,5 Hz malgré la très courte fenêtre.

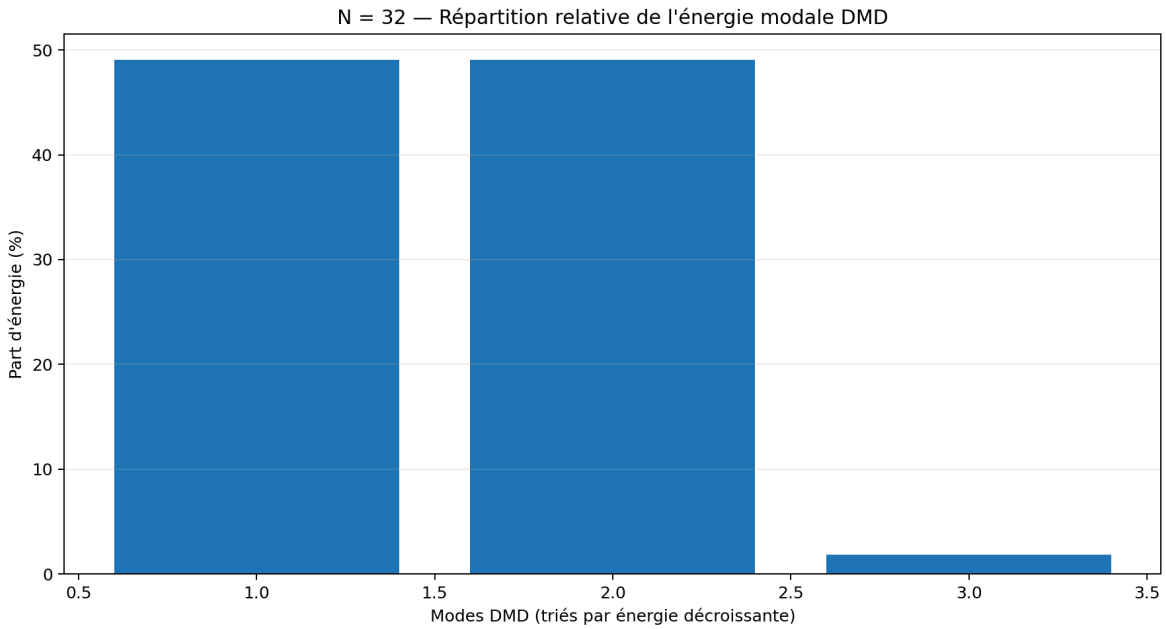


Figure 15 — Répartition relative de l'énergie modale à +6 dB. La paire conjuguée porte environ 98 % de l'énergie totale, signature très nette d'une oscillation cohérente.

Dans cette réalisation, les valeurs propres dominantes sont approximativement 0,333 ± j0,781, de module 0,849. Chacune porte environ 49 % de l'énergie modale. La troisième valeur propre, réelle, ne porte qu'une faible fraction de l'énergie.

8.2 Une réalisation à K = −6 dB et à −8 dB

Lorsque la cible est abaissée à −6 dB, la paire conjuguée existe encore mais son angle ne correspond plus à la fréquence cible ; la réalisation est dominée par le clutter. À −8 dB, la situation est encore plus marquée : la paire se rapproche de l'axe réel et l'énergie est répartie entre les trois modes. Une paire conjuguée constitue donc une présomption d'oscillation, mais elle ne suffit pas à identifier une cible : sa fréquence et son énergie doivent être compatibles avec l'hypothèse recherchée.

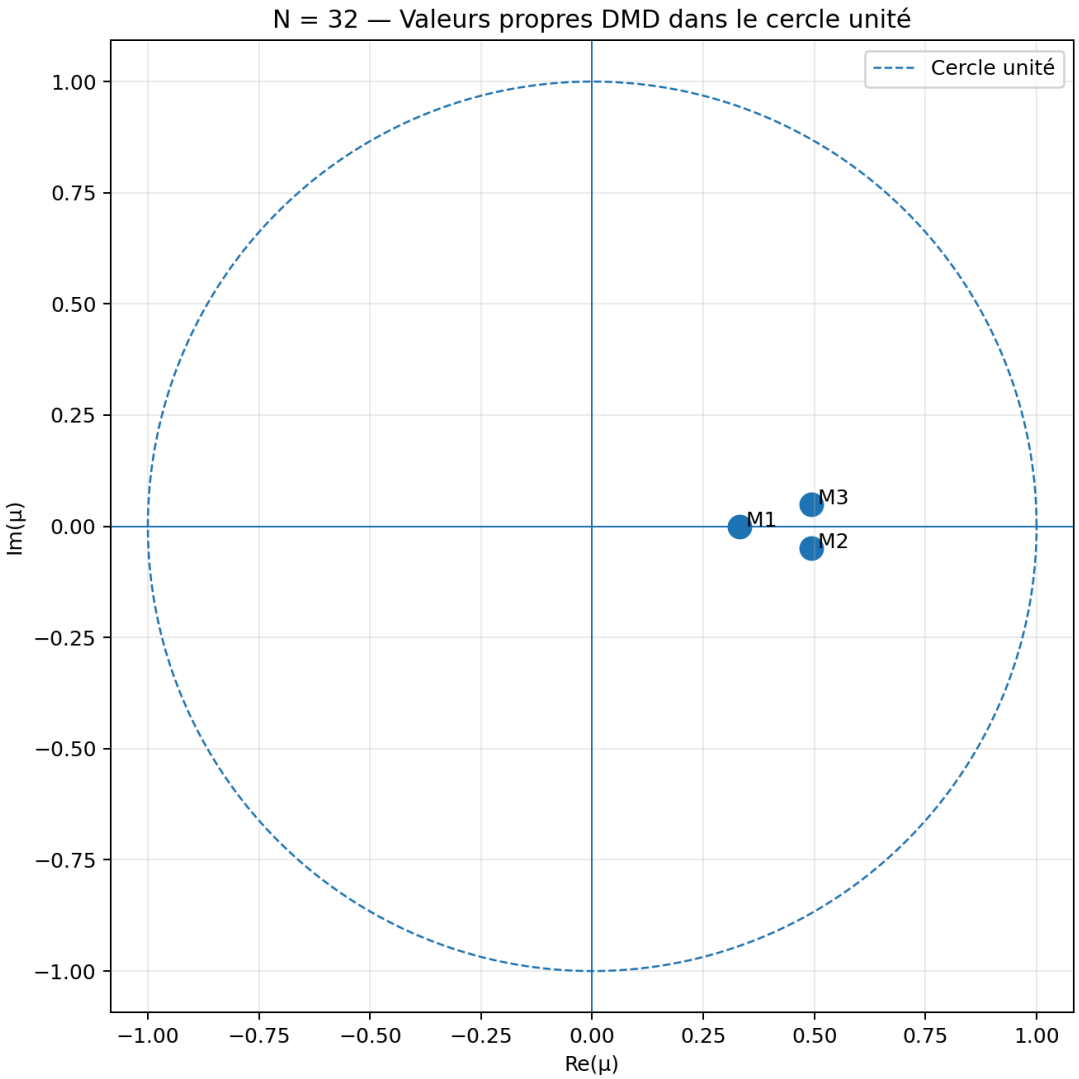


Figure 16 — Cible rapide à −6 dB : la paire complexe est beaucoup moins informative. Son angle donne une fréquence très éloignée de 0,2 Fr ; sur cette réalisation isolée, la cible n'est pas identifiée.

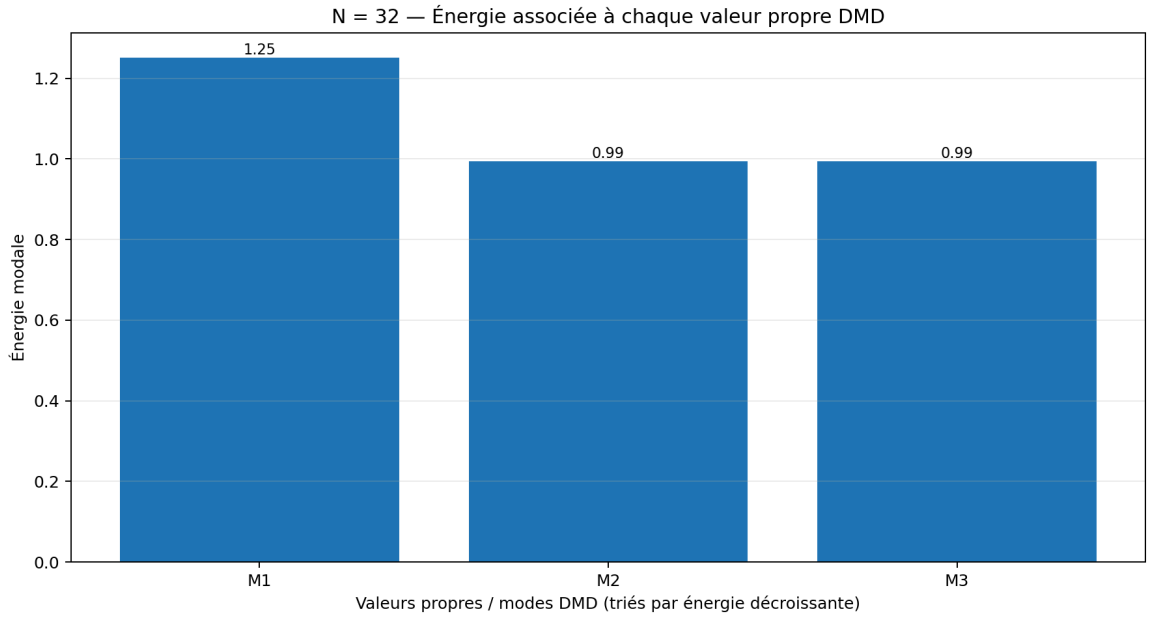


Figure 17 — Cible rapide à −8 dB : énergie associée à chaque valeur propre. L'énergie n'est plus concentrée sur une paire cible ; les contributions deviennent comparables.

8.3 Monte Carlo sur 1000 rejeux

Pour dépasser les conclusions fragiles d'une réalisation unique, le même schéma a été répété 1000 fois pour K = −6, −4, −2, 0, +2, +4 et +6 dB. Les phases de cible, géométries locales, phases de mer, innovations de pente et bruits sont renouvelés à chaque rejeu.

K (dB)	médiane max|μ|	médiane Emax	médiane Σ|μ|²
-6	0.534	2.39	0.601
-4	0.550	2.69	0.664
-2	0.583	3.13	0.781
+0	0.641	3.92	0.953
+2	0.718	6.50	1.187
+4	0.793	11.69	1.408
+6	0.855	24.48	1.598

La référence clutter + bruit seul donne une médiane max|μ| ≈ 0,551 et une médiane Emax ≈ 2,35. À −6 dB, les distributions restent très proches de cette référence. À partir de −2 à 0 dB, les médianes commencent à se séparer. À +6 dB, max|μ| atteint environ 0,855 et Emax environ 24,5.

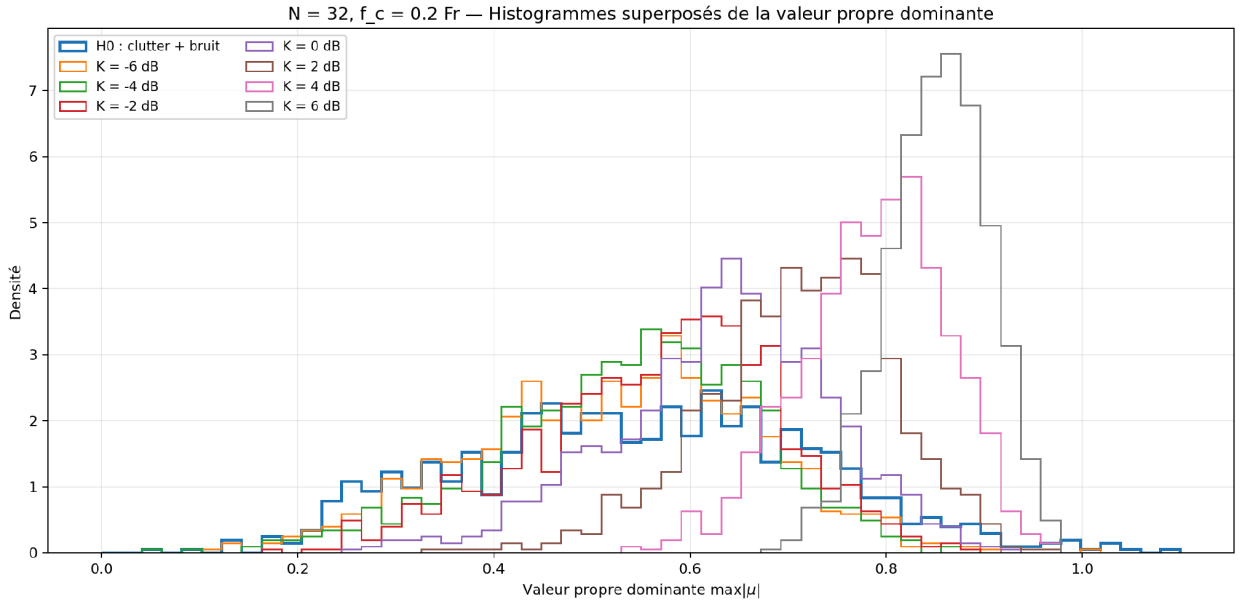


Figure 18 — Cible rapide : histogrammes superposés de max|μ|. La progression avec K est visible ; la séparation du clutter devient nette aux niveaux positifs.

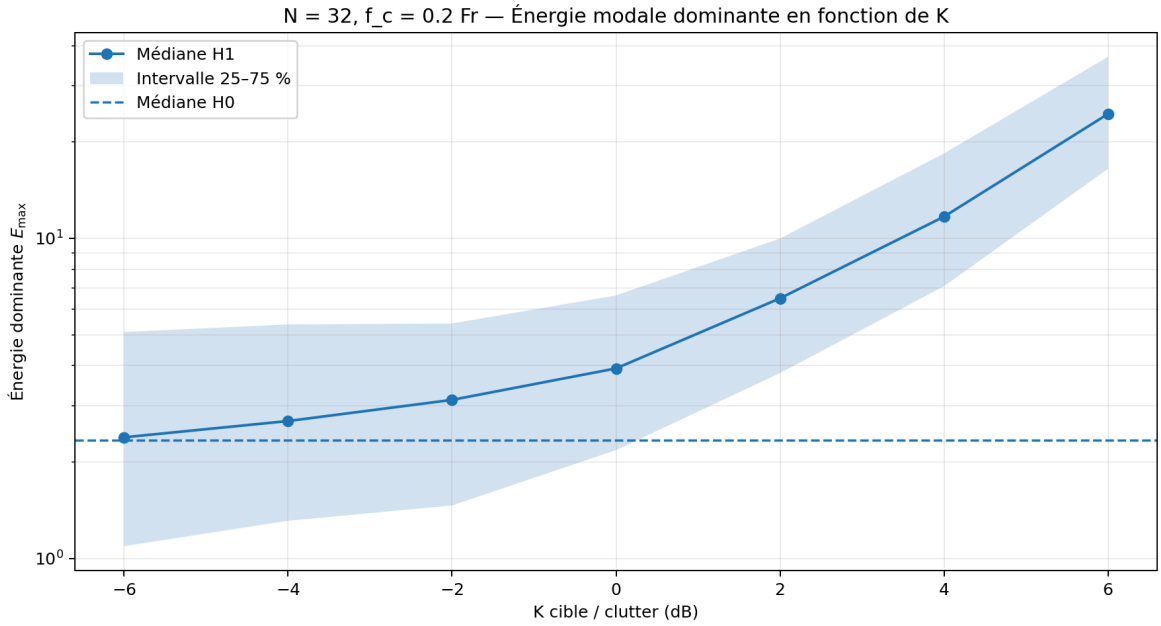


Figure 19 — Cible rapide : énergie modale dominante Emax en fonction de K. L'énergie fournit un contraste croissant, particulièrement marqué au-dessus de 0 dB.

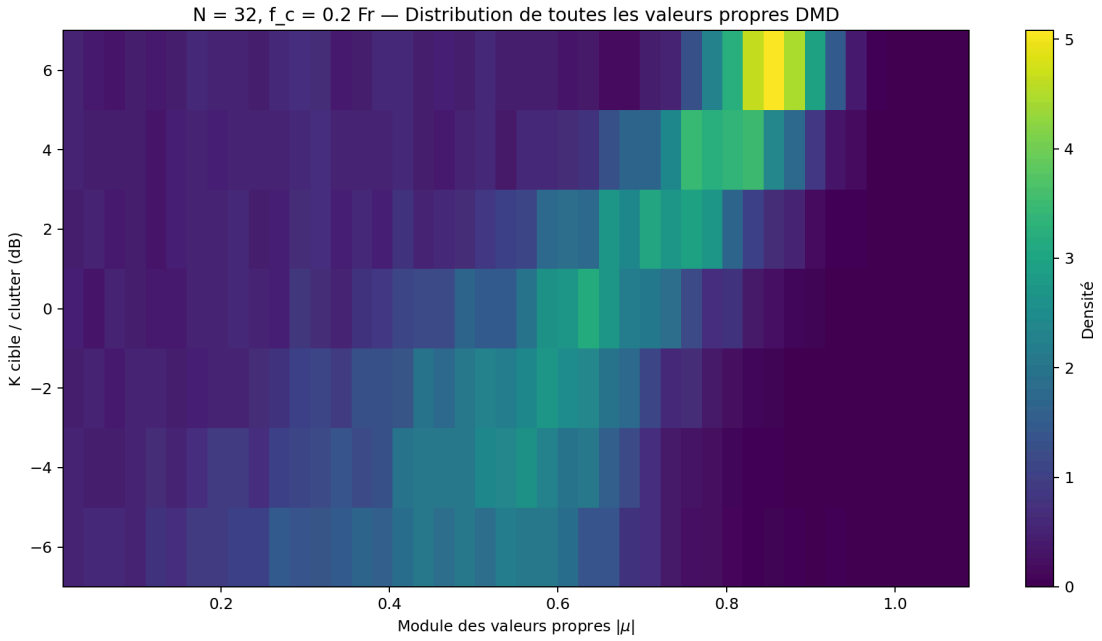


Figure 20 — Distribution de toutes les valeurs propres DMD en fonction de K. Avec l'augmentation du niveau cible, une population modale se déplace vers les grands modules.

Un point subtil apparaît ici : la fraction d'énergie d'un seul mode Fmax reste proche de 0,5 pour la cible rapide. Ce n'est pas un échec de la méthode. Une sinusoïde réelle est représentée par une paire conjuguée ; l'énergie se partage naturellement entre les deux membres de la paire. Le bon indicateur pour une cible rapide n'est donc pas Fmax seul, mais l'énergie de la paire conjuguée compatible en fréquence.

$$E_pair \;=\; E_+ \;+\; E_-$$

Critère naturel pour une cible rapide — Rechercher une paire conjuguée dont l'angle est compatible avec le Doppler attendu, dont le module est suffisamment élevé et dont l'énergie de paire est importante. Le triplet (angle, module, énergie) est plus informatif qu'un seul score.

9. Comparaison avec une FFT sur 32 échantillons

Pour la réalisation à K = −6 dB et fc = 0,2 Fr, une FFT sur 32 points a été calculée. La résolution fréquentielle vaut :

$$\Delta f \;=\; F_r \,/\, N \;\approx\; 117.1\,Hz$$

La cible à 749,5 Hz tombe entre deux bins. Le bin le plus proche est à 702,6 Hz (0,1875 Fr) et le suivant à 819,7 Hz (0,21875 Fr). La fuite spectrale répartit donc l'énergie de la cible sur plusieurs cases. Dans la réalisation étudiée, les plus grands pics du spectre appartiennent aux basses fréquences du clutter ; la composante proche de la cible est visible mais n'est pas le maximum.

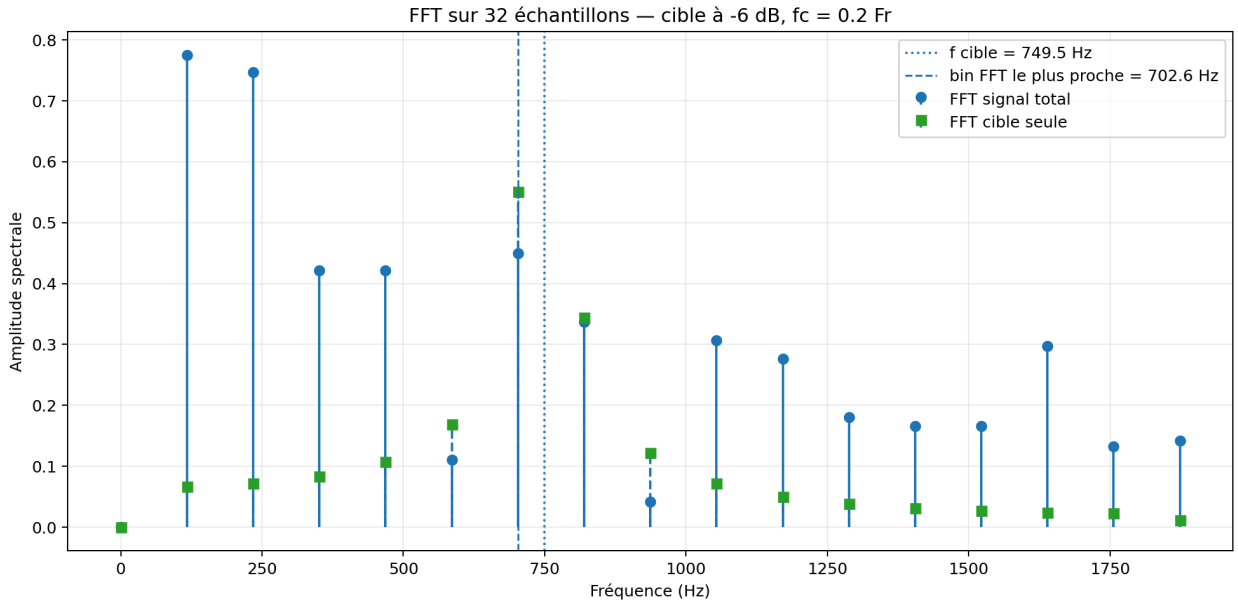


Figure 21 — FFT sur la réalisation N=32, K=−6 dB, fc=0,2 Fr. La cible est visible autour de 0,2 Fr, mais la résolution grossière et le clutter produisent plusieurs pics concurrents.

La comparaison ne doit pas être formulée comme une opposition caricaturale. La FFT est un outil optimal ou quasi-optimal dans de nombreuses situations lorsqu'un modèle spectral et un détecteur adapté sont disponibles. Ce que la DMD ajoute est une autre dimension de description : elle associe à une fréquence une persistance et une contribution modale dans un espace d'état reconstruit.

10. Ce que la DMD apporte – et ce qu'elle ne démontre pas encore

10.1 Une représentation en modes, temps caractéristiques et énergie

Le résultat conceptuel le plus important de l'étude est la transformation du signal en un petit ensemble de modes :

$$mode\ j \quad \leftrightarrow \quad (f_j\ ,\ \tau_j\ ,\ E_j\ )$$

Cette représentation est particulièrement adaptée aux problèmes de détection complexe. Le clutter est un fond structuré, possédant ses propres modes et ses propres temps de relaxation. Une cible ajoute une cohérence qui peut être plus lente, plus persistante, ou au contraire plus oscillante que le clutter. La DMD cherche précisément ces contrastes de dynamique.

10.2 Cible lente et cible rapide : deux signatures différentes

Régime	Fenêtre N=32	Signature DMD principale	Limite
Cible lente, 1,2 fpic	≪ 1 période	mode quasi-réel persistant ; hausse de |μ| et E	fréquence non identifiable
Cible rapide, 0,2 Fr	6,4 périodes	paire complexe conjuguée ; angle + énergie de paire	faible K : paire masquée par le clutter

Ainsi, la même méthode ne doit pas être interprétée de la même façon dans les deux régimes. Pour une cible lente, le temps caractéristique domine. Pour une cible rapide, la géométrie complexe des valeurs propres et l'énergie de paire deviennent des informations essentielles.

10.3 Ce qui est démontré

- Un clutter de mer stochastique, corrélé et intermittent possède lui-même un spectre DMD non trivial ; la détection ne repose donc pas sur une comparaison artificielle à un bruit blanc.
- L'ajout d'une cible cohérente modifie statistiquement les distributions de max|μ| et de l'énergie modale dominante.
- Sur une cible rapide suffisamment énergique, la DMD retrouve une paire complexe conjuguée dont l'angle est compatible avec le Doppler de la cible, même avec seulement 32 impulsions.
- L'énergie modale combine amplitude et persistance ; elle fournit dans les simulations un contraste souvent plus marqué que le module seul.
- La DMD offre une représentation complémentaire de la FFT : elle décrit la dynamique, et non seulement la répartition fréquentielle de l'énergie.

10.4 Ce qui reste à démontrer

- Une probabilité de détection PD à probabilité de fausse alarme PFA fixée n'a pas encore été établie.
- Les résultats doivent être comparés à des détecteurs classiques adaptés au clutter : FFT/MTD, CFAR, filtres Doppler, GLRT ou détecteurs compound-Gaussian selon le scénario.
- La DMD standard est biaisée par le bruit de mesure ; des variantes total-least-squares, forward-backward, optimized ou noise-corrected devraient être testées.
- Le modèle de mer, bien que physiquement structuré, reste une simulation. La validation décisive doit être menée sur des données mesurées, par exemple IPIX ou une base radar comparable.
- Pour les cibles rapides, l'indicateur énergétiquement naturel est l'énergie de paire conjuguée, et non l'énergie d'un seul membre.

11. Chaîne de traitement proposée

La chaîne qui se dégage de l'étude peut être résumée en six étapes. Elle n'est pas proposée comme architecture radar définitive ; elle sert de cadre de recherche et de pédagogie.

13. Construire ou mesurer un signal I/Q dans un clutter marin réaliste et conserver une fenêtre courte de N impulsions.
14. Former l'observable scalaire $X=(I+Q)/\sqrt{2}$, ou travailler directement dans un espace complexe si l'implémentation DMD le permet.
15. Choisir un retard d'embedding compatible avec la longueur de fenêtre et reconstruire Z_n en dimension 3 ou dans une Hankel-DMD de rang supérieur.
16. Estimer l'opérateur DMD A et ses valeurs propres μj.
17. Associer à chaque mode sa fréquence fj, son temps caractéristique τj et son énergie Ej ; pour une cible rapide, regrouper les modes en paires conjuguées.
18. Construire un score de présomption ou de détection à partir de la cohérence modale : grand |μ|, fréquence compatible, énergie de mode ou de paire élevée, puis calibrer le seuil sur le clutter seul par Monte Carlo.

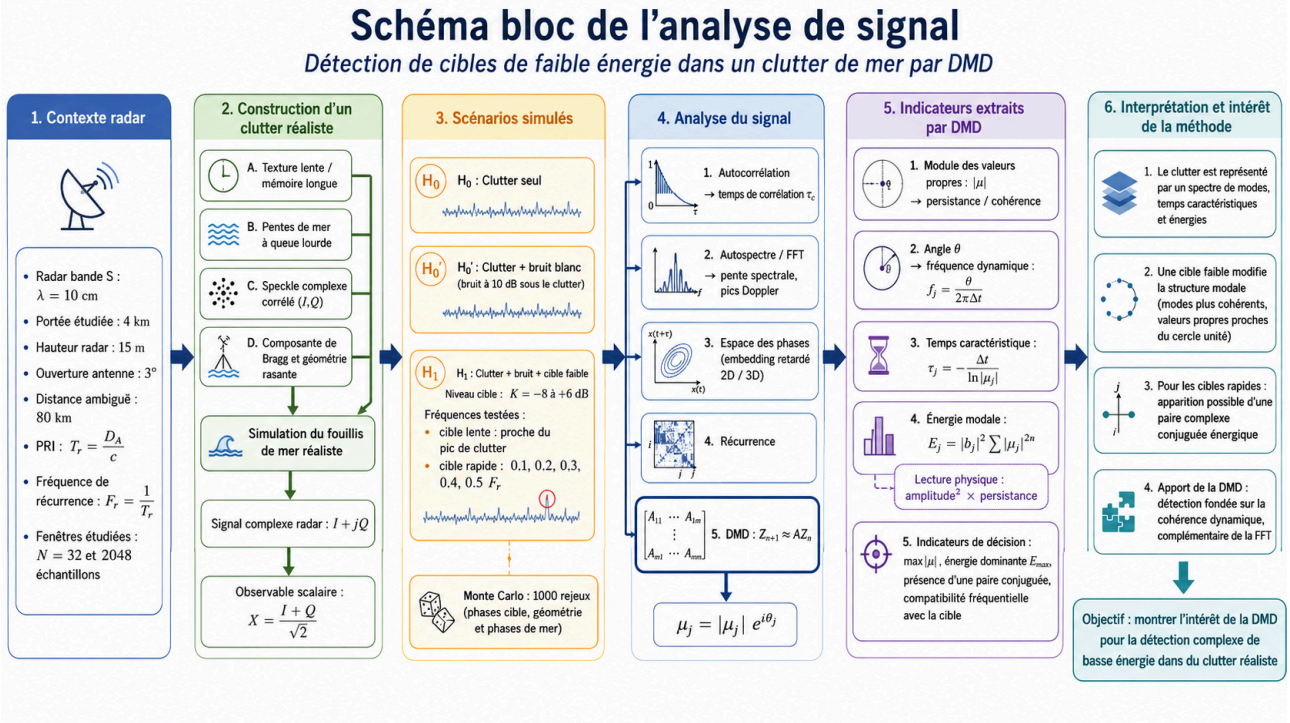


Figure 22 — Schéma bloc récapitulatif : contexte radar, construction du clutter, scénarios, reconstruction dynamique, indicateurs DMD et interprétation.

12. Bibliographie détaillée et commentée

La bibliographie ci-dessous distingue les fondations du clutter de mer, les méthodes de reconstruction dynamique et de DMD, puis les travaux qui rapprochent explicitement DMD et détection radar ou maritime. Les commentaires indiquent le rôle de chaque référence dans la présente étude.

1. Ward, K. D. (1981). "Compound representation of high resolution sea clutter." Electronics Letters, 17(16), 561–563. DOI: 10.1049/el:19810394.

Référence fondatrice du modèle compound : elle justifie la séparation entre un speckle rapide et une texture lente pour rendre compte des queues lourdes et des corrélations du clutter haute résolution.

2. Ward, K. D., Tough, R. J. A., & Watts, S. (2006). Sea Clutter: Scattering, the K Distribution and Radar Performance. IET.

Monographie de référence sur la phénoménologie, la diffusion électromagnétique, la K-distribution, la simulation et les conséquences sur la performance de détection. C'est le cadre classique auquel le modèle speckle–texture de ce document se rattache.

3. Hasselmann, K. et al. (1973). "Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)." Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, Reihe A(8), 12.

Source du spectre JONSWAP utilisé dans de nombreuses modélisations de mer. Le modèle joint s'appuie sur cette philosophie : partir d'un spectre physique de surface avant de construire les vitesses et le Doppler radar.

4. Haykin, S., & Puthusserypady, S. (1997). "Chaotic dynamics of sea clutter." Chaos, 7(4), 777–802. DOI: 10.1063/1.166275.

Travail historique majeur proposant une lecture de faible dimension et chaotique du clutter de mer à partir de données réelles. Il motive l'usage d'espaces de phases, dimensions de corrélation et spectres dynamiques, mais doit être lu avec les critiques ultérieures.

5. Unsworth, C. P., Cowper, M. R., McLaughlin, S., & Mulgrew, B. (2002). "Re-examining the nature of radar sea clutter." IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation, 149(3), 105–114. DOI: 10.1049/ip-rsn:20020301.

Référence essentielle de prudence méthodologique. Les auteurs montrent que certains invariants peuvent faire conclure à tort au chaos sur des séries stochastiques et concluent que leurs jeux de clutter sont mieux décrits comme stochastiques.

6. Takens, F. (1981). “Detecting strange attractors in turbulence.” Lecture Notes in Mathematics, 898, 366–381. DOI: 10.1007/BFb0091924.

Fondement théorique de la reconstruction d’espace d’état par coordonnées retardées. Dans notre étude, l’embedding est utilisé comme espace de travail géométrique et modal, sans supposer que le clutter soit un attracteur déterministe.

7. Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). “Measuring the strangeness of strange attractors.” Physica D, 9, 189–208.

Introduit la somme de corrélation et l’estimation de dimension D2 utilisée ici. La méthode est informative sur une dimension effective, mais elle exige des précautions fortes pour les données courtes, bruitées ou stochastiques.

8. Eckmann, J.-P., Kamphorst, S. O., & Ruelle, D. (1987). “Recurrence plots of dynamical systems.” Europhysics Letters, 4(9), 973–977.

Article fondateur des matrices de récurrence, utilisées ici pour visualiser l’organisation des retours dans l’espace reconstruit.

9. Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M., & Kurths, J. (2007). “Recurrence plots for the analysis of complex systems.” Physics Reports, 438(5–6), 237–329. DOI: 10.1016/j.physrep.2006.11.001.

Revue de référence sur les recurrence plots et la RQA. Elle donne le cadre pour interpréter DET, LAM, longueurs de diagonales et changements de dynamique.

10. Schmid, P. J. (2010). “Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data.” Journal of Fluid Mechanics, 656, 5–28. DOI: 10.1017/S0022112010001217.

Article fondateur de la DMD moderne. Il formalise l’extraction de structures cohérentes associées à des fréquences et taux de croissance/décroissance à partir de séquences de données.

11. Tu, J. H., Rowley, C. W., Luchtenburg, D. M., Brunton, S. L., & Kutz, J. N. (2014). “On Dynamic Mode Decomposition: Theory and Applications.” Journal of Computational Dynamics, 1(2), 391–421. DOI: 10.3934/jcd.2014.1.391.

Cadre théorique général de la DMD comme eigendécomposition d’un opérateur linéaire approximant la dynamique. Cette lecture justifie l’interprétation des μj comme valeurs propres de la dynamique reconstruite, et non du système physique original.

12. Jovanović, M. R., Schmid, P. J., & Nichols, J. W. (2014). “Sparsity-promoting dynamic mode decomposition.” Physics of Fluids, 26, 024103. DOI: 10.1063/1.4863670.

Introduit une sélection parcimonieuse des modes DMD. Cette idée est directement pertinente pour une détection : isoler un petit nombre de modes dominants au milieu d’un fond complexe.

13. Tissot, G., Cordier, L., Benard, N., & Noack, B. R. (2014). “Model reduction using Dynamic Mode Decomposition.” Comptes Rendus Mécanique, 342, 410–416. DOI: 10.1016/j.crme.2013.12.011.

Montre comment la DMD construit un sous-espace réduit de modes dynamiquement pertinents. Elle soutient l’idée d’utiliser une contribution intégrée des modes plutôt qu’un simple classement instantané.

14. Dawson, S. T. M., Hemati, M. S., Williams, M. O., & Rowley, C. W. (2016). “Characterizing and correcting for the effect of sensor noise in the dynamic mode decomposition.” Experiments in Fluids, 57, 42. DOI: 10.1007/s00348-016-2127-7.

Référence centrale pour les limites de la DMD standard en présence de bruit. Elle introduit et compare des corrections, forward-backward DMD et total-least-squares DMD. Ces variantes sont des extensions prioritaires de la présente étude.

15. Kou, J., & Zhang, W. (2017). “An improved criterion to select dominant modes from dynamic mode decomposition.” European Journal of Mechanics B/Fluids, 62, 109–129. DOI: 10.1016/j.euromechflu.2016.11.015.

Très proche de notre notion d’énergie modale : les auteurs proposent de classer les modes par leur contribution intégrée sur l’ensemble de la fenêtre, plutôt que par leur seule amplitude initiale.

16. Yin, J., Liu, B., Zhu, G., & Xie, Z. (2018). "Moving Target Detection Using Dynamic Mode Decomposition." Sensors, 18(10), 3461. DOI: 10.3390/s18103461.

Application explicite de la DMD à la détection de cibles mobiles dans un environnement de réverbération. Les auteurs exploitent la séparation low-rank/sparse et montrent un intérêt en vitesse de calcul pour le traitement temps réel.

17. Zhang, Y., Jiang, L., & Ewe, H. T. (2019). "Analysis of Sea Clutter Using Dynamic Mode Decomposition." IGARSS 2019, 3752–3755. DOI: 10.1109/IGARSS.2019.8897871.

Référence directement liée à notre sujet : la DMD est appliquée à des données IPIX de clutter de mer. Les auteurs montrent que le spectre DMD retrouve des caractéristiques du spectre Doppler et proposent un espace Spectrum–Mode pour la détection de cibles en mer.

18. Schmid, P. J. (2022). "Dynamic Mode Decomposition and Its Variants." Annual Review of Fluid Mechanics, 54, 225–254. DOI: 10.1146/annurev-fluid-030121-015835.

Revue moderne de la DMD, de ses variantes et de ses liens avec l'opérateur de Koopman. C'est une référence de synthèse pour replacer les choix algorithmiques de ce document dans le paysage actuel.

19. Pici, C. J., Ray, A., Kompella, S., & Narayanan, R. M. (2024). "A Data-Driven Approach to Modeling Sea Clutter Stochastic Differential Equations." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 60(4), 5312–5321. DOI: 10.1109/TAES.2024.3394456.

Travail récent particulièrement pertinent : il combine un modèle stochastique de clutter avec des méthodes de type DMD/Koopman et insiste sur l'importance de la dépendance temporelle, souvent perdue dans les descriptions fondées uniquement sur les PDF d'amplitude.

20. Wang, S., Jian, T., Wang, H., & He, J. (2026). "Marine Weak Target Detector Using DMD Reconstruction." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. DOI: 10.1109/TAES.2026.3682247.

Référence la plus récente et la plus proche de notre objectif. Elle propose une détection de cible marine faible fondée sur une reconstruction DMD spatio-temporelle et un résidu, sans entraînement préalable. Elle confirme que l'usage de la DMD pour les cibles faibles en clutter marin est désormais une direction de recherche active.

Perspective finale

L'intérêt pédagogique de cette étude tient au fait qu'elle met face à face deux complexités : celle du clutter, que l'on a volontairement refusé de réduire à un bruit blanc, et celle d'une cible dont la signature peut être faible, lente ou rapide. La DMD ne supprime pas cette complexité ; elle la reformule. Elle demande : quels modes persistent ? à quelles fréquences ? avec quelle énergie ? Cette reformulation est particulièrement naturelle en radar, où une cible est précisément un retour cohérent qui doit être distingué d'un fond possédant sa propre cohérence.

Les simulations ne constituent donc pas la fin de l'étude mais son point de départ expérimental. Elles montrent qu'il existe un signal DMD exploitable : déplacement des valeurs propres, apparition de paires conjuguées, augmentation de l'énergie modale, différence entre régimes lents et rapides. L'étape suivante, si l'on voulait transformer cette démonstration pédagogique en étude de détection, serait de définir un score modal, de fixer un PFA sur le clutter seul et de mesurer PD sur données simulées puis réelles. Mais pour l'objectif annoncé ici — montrer que la DMD apporte une représentation utile à la détection complexe de faible énergie — les résultats sont déjà cohérents et physiquement interprétables.

Sources internes de l'étude — Le document s'appuie sur le modèle de fouillis de mer fourni dans « Chapitre12_Modele_fouillis_mer_fractale_OMML » et sur le cadre méthodologique de reconstruction/DMD du rapport « Detection_estimation_signal_chaotique_DMD », puis sur les simulations numériques produites au cours de la présente discussion. Les références externes ont été mises à jour jusqu'en août 2026.