Fatigue mécanique : un modèle pédagogique du passage du local au global

Accumulation du dommage, avalanches, percolation, Miner, Paris, mémoire, intermittence et criticité

Document de synthèse issu d'un laboratoire numérique pédagogique

Août 2026

Table des matières

Résumé et statut du document

Pourquoi modéliser la fatigue comme un phénomène émergent ?

Construction détaillée du modèle jouet

Hypothèses du modèle : liste explicite

Comment apparaissent les avalanches ?

Du local au global : le pont vers Miner

Du local au global : le pont vers Paris

Premier jeu de simulation : validation qualitative du mécanisme

Statistique des avalanches et croissance des corrélations

Monte Carlo de 1000 durées de vie : quelle loi macroscopique émerge ?

Chargements temporels : séparer RMS, mémoire et intermittence

Chargements de Lévy idéaux : une expérience limite

Lévy tronquée et RMS = 1 : une comparaison plus physique

La fatigue comme phénomène critique ?

Lecture unifiée : Miner, avalanches, percolation et Paris

Ce que le modèle montre réellement

Ce que le modèle ne démontre pas

Conclusion

Résumé et statut du document

L'objectif de ce document est de construire un **modèle minimal et pédagogique de fatigue mécanique**, capable de montrer comment des règles locales très simples peuvent engendrer, par interaction et changement d'échelle, une dynamique globale riche : accumulation de dommage, ruptures intermittentes, avalanches, coalescence, fissure connectée, dispersion de durée de vie et lois macroscopiques comparables à Miner ou Paris.

Le modèle n'est **pas un modèle prédictif de dimensionnement**. Il ne recalcule pas le champ élastique après chaque rupture, ne décrit pas explicitement la plasticité, les dislocations, l'ouverture/fermeture de fissure, les effets de surface ou de corrosion, et ne prétend pas fournir les constantes d'un matériau réel. Sa fonction est différente : créer un **laboratoire numérique du passage local-global** où les mécanismes élémentaires sont identifiables et où l'on peut observer ce qui émerge lorsqu'on ajoute successivement désordre, seuils, mémoire, interaction et connectivité.

La question centrale est la suivante :

Comment une population de microéléments soumis à des règles élémentaires d'accumulation et de rupture peut-elle produire une fissure macroscopique, une durée de vie distribuée et des lois de propagation qui ressemblent à la physique réelle de la fatigue ?

1. Pourquoi modéliser la fatigue comme un phénomène émergent ?

La vision classique de la fatigue utilise principalement trois familles d'outils : les courbes de Wöhler ou S-N, le cumul de dommage de Miner, et la loi de propagation de Paris. Ces outils sont remarquablement utiles mais ils interviennent à des niveaux de description différents. Ils disent respectivement combien de cycles peut supporter une éprouvette, quelle fraction de durée de vie est consommée par des chargements variables, et à quelle vitesse croît une fissure déjà constituée.

Notre point de départ est de considérer que la fissure macroscopique n'existe pas d'emblée. Elle **émerge** d'une multitude de défauts, microfissures, zones plastifiées et ruptures locales. Le processus peut alors être pensé comme une succession de phases :

accumulation lente de dommage dans des éléments encore intacts ;

franchissement local d'un seuil ;

redistribution de la sollicitation vers le voisinage ;

cascade ou avalanche de ruptures ;

croissance de la connectivité des zones rompues ;

apparition d'une fissure macroscopique ;

propagation intermittente puis rupture globale.

Cette architecture rapproche naturellement la fatigue des modèles à seuils, des réseaux de fibres ou de fusibles, de la percolation corrélée, des systèmes d'avalanches et, à un niveau continu, des approches de diffusion-réaction ou de champ de phase.

2. Construction détaillée du modèle jouet

2.1 Discrétisation mésoscopique

La zone mécanique est représentée par une grille bidimensionnelle de cellules. Une cellule n'est pas un atome : elle représente un petit volume mésoscopique, par exemple un grain, quelques grains, ou une zone élémentaire de calcul. On note sa taille caractéristique ℓ_0.

Chaque cellule i possède trois variables principales :

$$D_i(N), D_{c,i}, s_i.$$

$D_i(N)$ est le dommage accumulé après N cycles. $D_{c,i}$ est son seuil local de rupture. s_i est l'état binaire :

$$s_i = \{0,\ cellule\ intacte,\ 1,\ cellule\ rompue.\ )$$

La rupture est irréversible : s_i peut passer de 0 à 1, mais pas de 1 à 0.

2.2 Désordre microstructural : seuils aléatoires

Les cellules ne sont pas identiques. On modélise l'hétérogénéité du matériau en tirant les seuils dans une distribution :

$$D_{c,i} \sim p\left(D_c\right).$$

Dans les simulations, une loi de Weibull est utilisée. Elle joue le rôle d'un modèle simple de dispersion de résistance locale. Le désordre représente de façon agrégée la variabilité liée aux grains, inclusions, joints, porosités, orientations cristallographiques et défauts de fabrication.

Il faut souligner que la Weibull est ici une hypothèse **microscopique**, et non une hypothèse imposée sur la durée de vie globale. Un résultat important du Monte Carlo sera justement que la distribution de N_f émergente n'est pas nécessairement Weibull.

2.3 Accumulation locale du dommage

La loi élémentaire choisie est :

$$D_i(N+1) = D_i(N) + A\left(\frac{\Delta\sigma_i(N)}{\sigma_0}\right)^{\gamma}.$$

Les paramètres sont :

A : coefficient de vitesse d'accumulation du dommage ;

σ_0 : contrainte de référence ;

γ : exposant de non-linéarité ;

$\Delta\sigma_i(N)$: amplitude locale de la sollicitation au cycle N.

Le rôle de γ est essentiel. Pour $\gamma > 1$, les grandes amplitudes comptent de manière disproportionnée. Dans nos simulations de référence, $\gamma = 3$. Ainsi, doubler la contrainte locale multiplie la dose élémentaire de dommage par $2^3 = 8$.

Pour un chargement temporel normalisé X_N, on peut écrire schématiquement :

$$\Delta\sigma_i(N) = \Delta\sigma_{i,0}|X_N),$$

et donc :

$$\delta D_i(N) = A\left(\frac{\Delta\sigma_{i,0}}{\sigma_0}\right)^{\gamma}|X_N)^{\gamma}.$$

Cela permet de séparer une partie spatiale et une partie temporelle du chargement.

2.4 Amplification près de la fissure

Sans résoudre toute l'élasticité, le modèle reproduit qualitativement l'amplification de contrainte près du front de fissure par une fonction de localisation. Le point de départ conceptuel vient de la mécanique linéaire de la rupture :

$$\Delta K = Y\Delta\sigma_\infty\sqrt{\pi a},$$

et près de la pointe :

$$\Delta\sigma(r,\theta) \sim \frac{\Delta K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta).$$

Dans le modèle jouet, cette singularité est régularisée et remplacée par une amplification finie, de manière à favoriser les cellules proches du front sans chercher à obtenir un champ de contrainte exact.

Cette approximation constitue une hypothèse centrale : **la géométrie de fissure influence l'endommagement local**, mais l'équilibre mécanique complet n'est pas recalculé.

2.5 Règle de rupture

Une cellule casse dès que :

$$D_i \geq D_{c,i}.$$

Cette règle crée le temps d'attente. Pendant de nombreux cycles, $D_i < D_{c,i}$ et rien de visible ne se passe.

Puis un seuil est franchi brusquement.

2.6 Redistribution locale et couplage

Lorsqu'une cellule i casse, elle modifie la vulnérabilité de son voisinage. Dans un modèle mécanique exact, il faudrait résoudre à nouveau :

$$\nabla \cdot \sigma = 0.$$

Nous ne le faisons volontairement pas. Nous introduisons un noyau phénoménologique de redistribution :

$$\sigma_j \to \sigma_j + G_{ji}\delta\sigma_i,$$

ou, dans la version numérique simplifiée, un « kick » de dommage décroissant avec la distance :

$$\delta D_j^{av} \propto \frac{\eta}{r_{ij}^p}.$$

η mesure l'intensité du couplage et p sa décroissance spatiale. Une portée finie est introduite pour garder le modèle calculable.

Cette règle doit être interprétée comme :

une rupture locale modifie l'état mécanique effectif de son voisinage et peut pousser d'autres cellules au-delà de leur seuil.

Elle ne représente pas un champ élastique exact.

2.7 Séparation des temps : accumulation lente et avalanche rapide

Le modèle suppose :

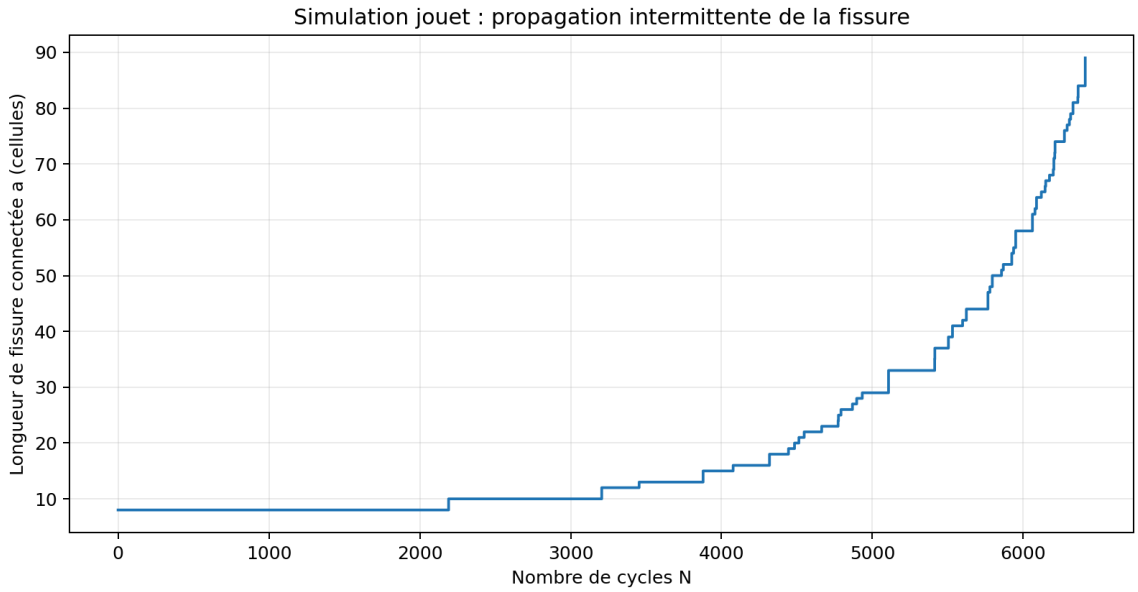
$$\tau_{avalanche} \ll \tau_{fatigue}.$$

On distingue donc deux boucles :

une boucle lente où $N \to N + 1$ et où le dommage s'accumule ;

une boucle rapide, à N pratiquement constant, où toutes les cellules devenues instables cassent successivement jusqu'à extinction de la cascade.

Cette séparation de temps explique directement la croissance en escalier de la fissure.



Exemple de progression intermittente de la longueur de fissure connectée : périodes d'attente et sauts brusques.

La courbe microscopique n'est donc pas lisse. Elle s'écrit naturellement :

$$a(N) = a_0 + \sum_k \Delta a_k H\left(N - N_k\right),$$

où H est la fonction de Heaviside, N_k le cycle de l'avalanche k et Δa_k l'avancée géométrique associée.

Sa dérivée formelle est une somme d'impulsions :

$$\frac{da}{dN} = \sum_k \Delta a_k \delta\left(N - N_k\right).$$

Ce n'est qu'après moyennage sur une fenêtre suffisamment large que l'on retrouve une vitesse lisse.

2.8 Taille d'une avalanche, temps d'attente et géométrie

La taille d'une avalanche est :

$$S_k = \sum_i \Delta s_i,$$

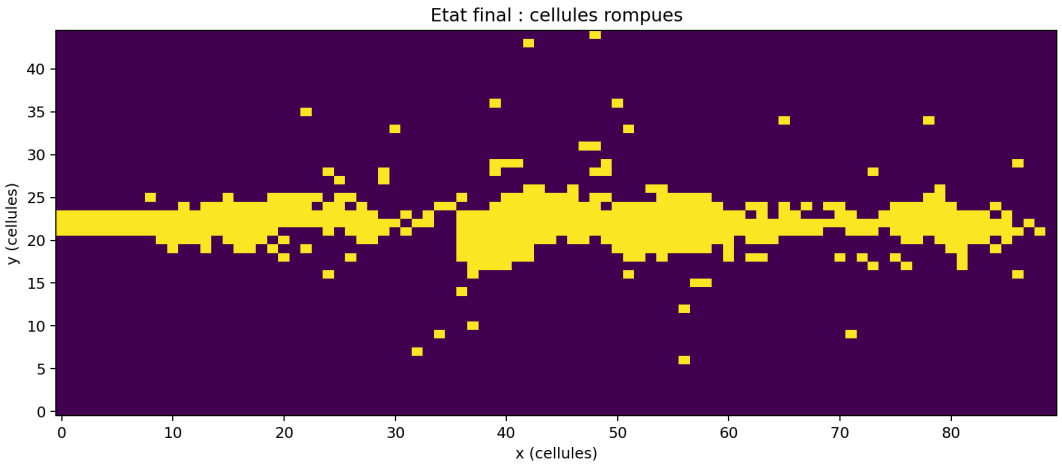
c'est-à-dire le nombre de cellules rompues pendant l'événement. Le temps d'attente vaut :

$$\Delta N_k = N_k - N_{k-1}.$$

Mais S_k n'est pas identique à Δa_k. Une avalanche peut casser des cellules dispersées sans prolonger la fissure principale ; inversement une petite rupture peut connecter la fissure à un amas préexistant et provoquer un saut géométrique important.

La propagation macroscopique est donc un produit de deux phénomènes distincts :

$$avalanche\ dynamique\ +\ connectivité\ géométrique \rightarrow \Delta a.$$



Etat final d'une réalisation : cellules rompues et organisation spatiale du dommage.

2.9 Percolation et fissure principale

La fissure principale est définie comme le cluster de cellules rompues connecté à l'entaille initiale. Sa longueur est estimée par l'abscisse maximale du cluster connecté :

$$a(N) = \max_{i \in C_{crack}} x_i.$$

La percolation intervient donc comme un opérateur géométrique : elle transforme une population de dommages dispersés en une structure connectée capable de devenir une fissure macroscopique.

2.10 Longueur de corrélation

Pour une avalanche de S cellules, on définit son centre :

$$r_c = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^{S} r_i,$$

et son rayon de giration :

$$R_g^2 = \frac{1}{S} \sum_i |r_i - r_c)^2.$$

On utilise R_g ou ses quantiles comme proxy d'une longueur de corrélation ξ. Une croissance de ξ signifie que les événements deviennent collectifs sur des distances croissantes.

3. Hypothèses du modèle : liste explicite

Le modèle repose sur les hypothèses suivantes :

le matériau peut être discrétisé en cellules mésoscopiques ;

chaque cellule peut être résumée par un dommage scalaire D_i ;

le dommage est irréversible ;

chaque cellule possède un seuil aléatoire $D_{c,i}$;

les seuils sont indépendants dans la première version ;

le dommage par cycle suit une puissance de la sollicitation locale ;

l'influence de la fissure sur la sollicitation est représentée par une amplification régularisée ;

la redistribution après rupture est phénoménologique et locale ;

les avalanches sont rapides devant le temps de fatigue ;

la fissure macroscopique est un cluster connecté ;

plasticité, corrosion, fluage, effets thermiques et fermeture de fissure ne sont pas explicitement modélisés ;

les paramètres numériques sont sans dimension ou effectifs ;

les durées de vie obtenues doivent être interprétées comparativement, non comme des prédictions matérielles.

Le choix de **ne pas recalculer le champ de contraintes** est volontaire. Il garde visible le mécanisme de changement d'échelle et permet de faire varier indépendamment désordre, non-linéarité et interaction. La contrepartie est que le noyau G_{ij} est un postulat de modélisation et non une solution d'élasticité.

4. Comment apparaissent les avalanches ?

Supposons qu'une cellule i atteigne son seuil. Sa rupture redistribue une perturbation vers une cellule j. Si l'on définit la distance locale au seuil :

$$x_j = D_{c,j} - D_j,$$

la cellule j devient instable si :

$$x_j < \delta D_j.$$

Si la densité des distances au seuil est $\rho(x)$, la probabilité de déstabiliser j est approximativement :

$$P_j = \int_0^{\delta D_j} \rho(x)dx \simeq \rho(0)\delta D_j.$$

On peut définir un nombre de branchement effectif :

$$R \simeq \rho(0)\sum_j \delta D_j.$$

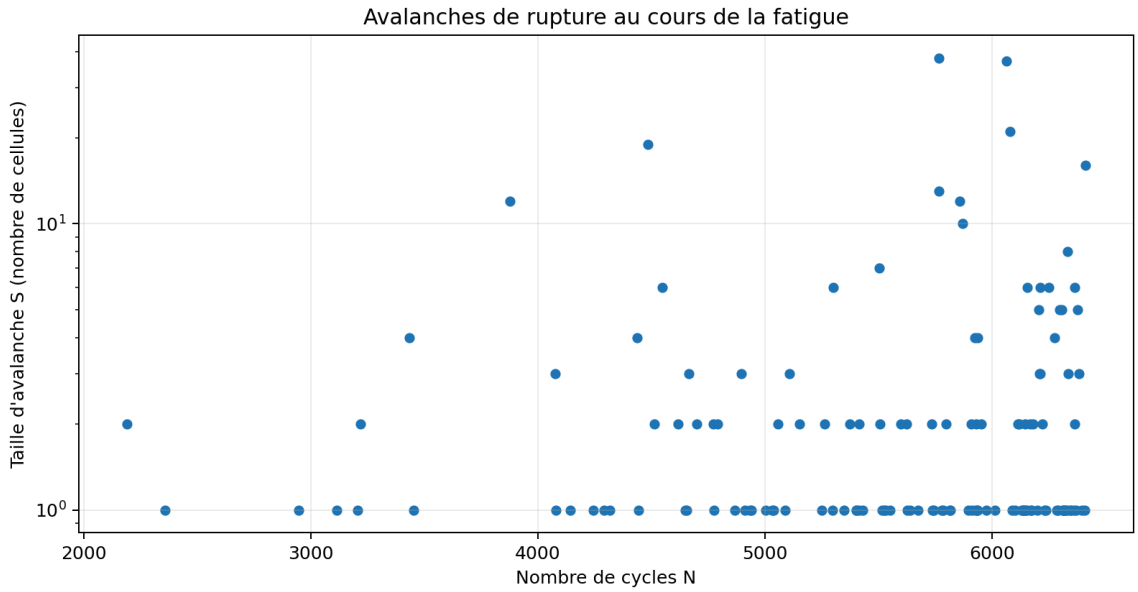
Schématiquement :

$$R < 1 \Rightarrow avalanches\ finies,$$

$R \to 1^{-} \Rightarrow forte\ susceptibilité\ collective,$

et $R \geq 1$ signale une cascade potentiellement macroscopique.

Cette formulation montre que l'approche de la rupture dépend à la fois du nombre de cellules proches de leur seuil et de l'intensité du couplage.



Tailles des avalanches au cours d'une réalisation : de nombreux petits événements et quelques cascades plus grandes.

5. Du local au global : le pont vers Miner

5.1 Miner comme limite d'accumulation indépendante

Si le chargement est constant et si les interactions sont négligées, la loi locale donne :

$$D_i(N) = NA\left(\frac{\Delta\sigma_i}{\sigma_0}\right)^{\gamma}.$$

La cellule casse lorsque $D_i = D_{c,i}$, donc :

$$N_i = \frac{D_{c,i}}{A\left(\Delta\sigma_i/\sigma_0\right)^{\gamma}}.$$

En normalisant le dommage :

$$d_i = \frac{D_i}{D_{c,i}},$$

un cycle à ce niveau apporte :

$$\delta d_i = \frac{1}{N_i}.$$

Sous plusieurs niveaux de sollicitation j :

$$d_i = \sum_j \frac{n_j}{N_{i,j}}.$$

C'est la structure de Miner :

$$D_M = \sum_j \frac{n_j}{N_j}.$$

Dans ce sens, Miner peut être interprété comme une **limite de champ moyen ou d'accumulation indépendante** de notre modèle.

5.2 Pourquoi le modèle dépasse Miner

Miner ignore principalement la localisation, les corrélations, la redistribution et l'ordre des événements. Dans notre modèle, dès qu'une cellule casse, l'état des autres est modifié. Ainsi :

$$D[A, B, C) \neq D[C, A, B)$$

en général.

Le dommage moyen seul ne suffit plus. Deux structures ayant le même $\langle D_i/D_{c,i} \rangle$ peuvent avoir des risques très différents si l'une possède une concentration de cellules presque critiques près d'une fissure.

Une extension naturelle consiste à définir :

$$M(N) = \frac{1}{N_{intact}} \sum_{iintact} \frac{D_i(N)}{D_{c,i}},$$

mais aussi la densité $\rho(x \simeq 0)$, plus directement liée à la proximité d'une instabilité collective.

6. Du local au global : le pont vers Paris

La loi de Paris est :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m.$$

Dans notre modèle, la fissure avance par sauts. Après coarse-graining :

$$\langle \frac{da}{dN} \rangle \simeq \lambda(N)\langle \Delta a \rangle = \frac{\langle \Delta a \rangle}{\langle \Delta N \rangle},$$

où $\lambda = 1/\langle \Delta N \rangle$ est le taux d'avalanches.

Si :

$$\langle \Delta a \rangle \propto (\Delta K)^{\alpha},$$

et :

$$\langle \Delta N \rangle \propto (\Delta K)^{-\beta},$$

alors :

$$\frac{da}{dN} \propto (\Delta K)^{\alpha+\beta},$$

ce qui suggère :

$$m \simeq \alpha + \beta.$$

Cette relation est une lecture pédagogique, non une dérivation universelle de Paris. Elle montre cependant comment un exposant macroscopique peut combiner une loi d'échelle sur la **taille** des sauts et une loi d'échelle sur leur **fréquence**.

7. Premier jeu de simulation : validation qualitative du mécanisme

Une première simulation sur une grille de taille moyenne montre :

une croissance de fissure en escalier ;

de nombreux événements de petite taille ;

des avalanches ponctuelles plus importantes ;

des ruptures dispersées qui ne font pas toujours avancer la fissure principale ;

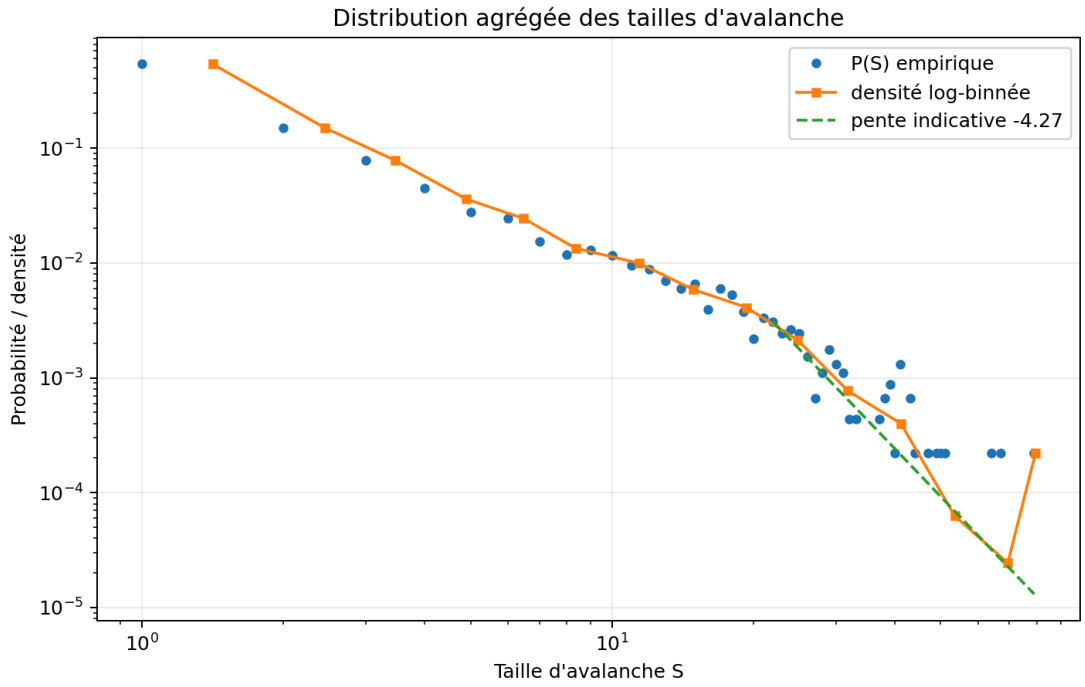
un raccourcissement progressif des temps d'attente ;

une accélération macroscopique de la fissure après coarse-graining.

Dans une réalisation de référence, environ 138 avalanches ont été observées avant rupture, avec une taille moyenne proche de 3 cellules et des sauts de fissure allant jusqu'à plusieurs cellules. Un ajustement grossier de la vitesse moyenne a produit un exposant de Paris effectif de l'ordre de $m \approx 2.5$; cette valeur n'a pas de signification matériau, mais elle montre qu'une loi lisse peut émerger d'un processus discontinu.

8. Statistique des avalanches et croissance des corrélations

Une simulation plus grande, agrégée sur plusieurs réalisations, a fourni plusieurs milliers d'avalanches. La distribution $P(S)$ présente une majorité d'événements $S = 1$ et une queue étendue vers les grands S.

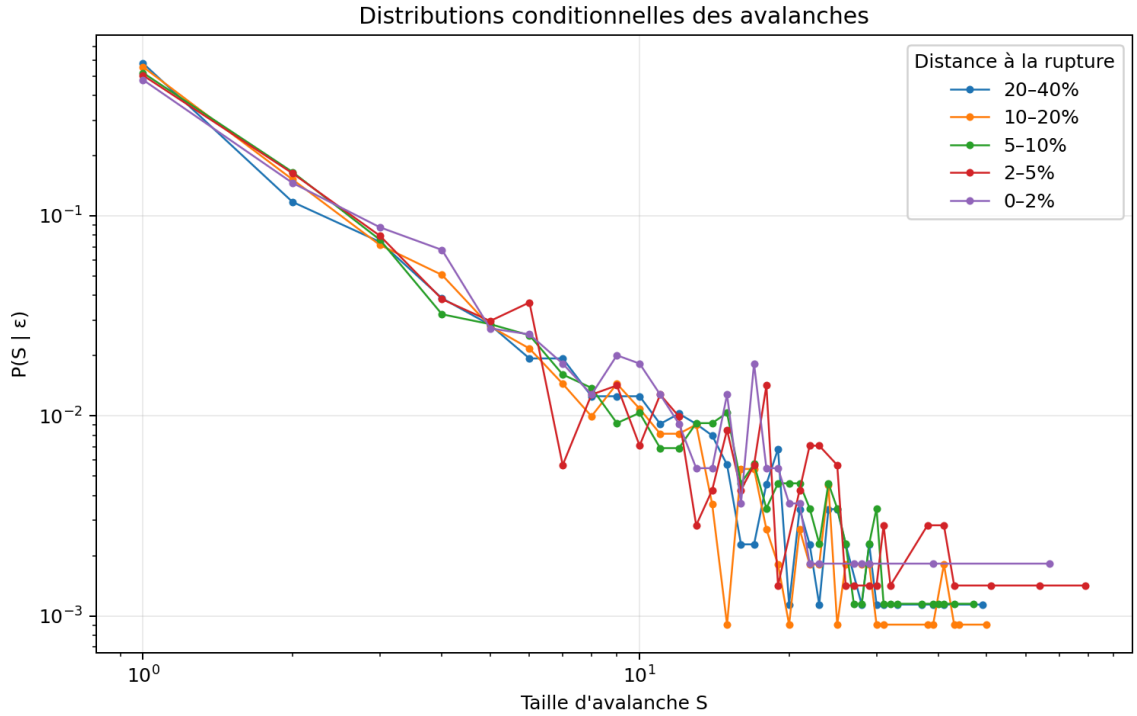


Distribution empirique des tailles d'avalanche sur une grille plus grande.

La forme peut être comparée à une loi tronquée :

$$P(S) \sim S^{-\tau} exp\left(- S/S_c\right).$$

L'objectif n'est pas de revendiquer un exposant universel mais de vérifier que la distribution développe une queue large et que le cutoff S_c augmente lorsque la rupture approche.



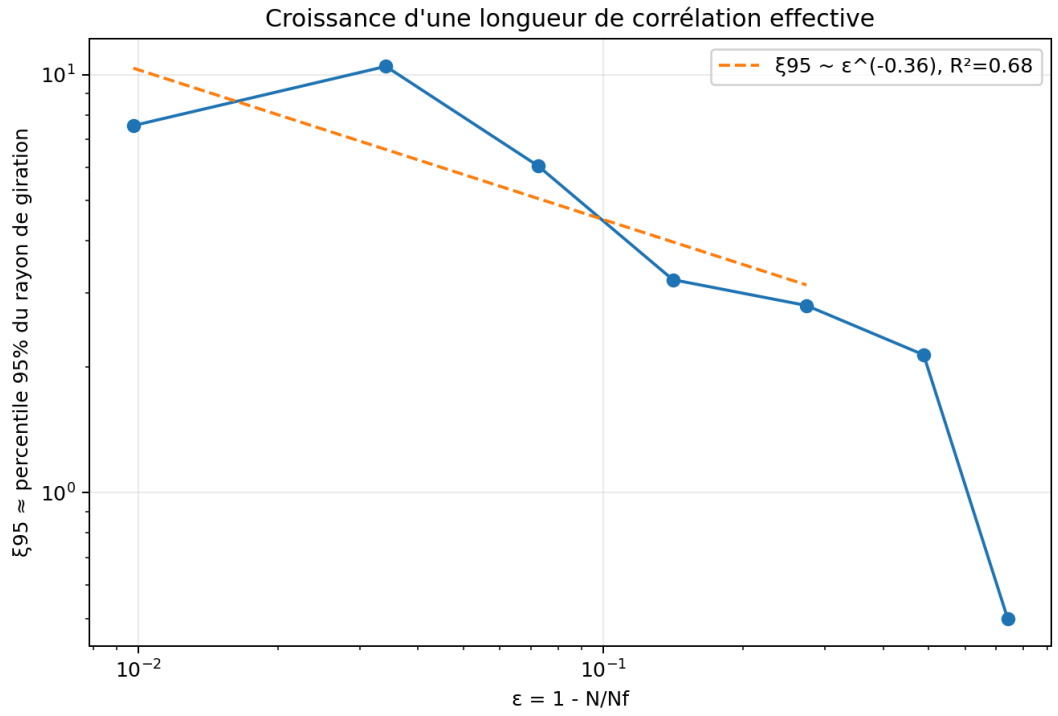
Distributions conditionnelles $P(S|\varepsilon)$ selon la distance à la rupture.

On introduit :

$$\varepsilon = 1 - \frac{N}{N_f}.$$

Au voisinage de la rupture, les avalanches deviennent plus fréquentes et leur extension spatiale augmente. Une longueur de corrélation effective peut être recherchée sous la forme :

$$\xi \sim \varepsilon^{-\nu}.$$



Croissance d'une longueur de corrélation effective à l'approche de la rupture.

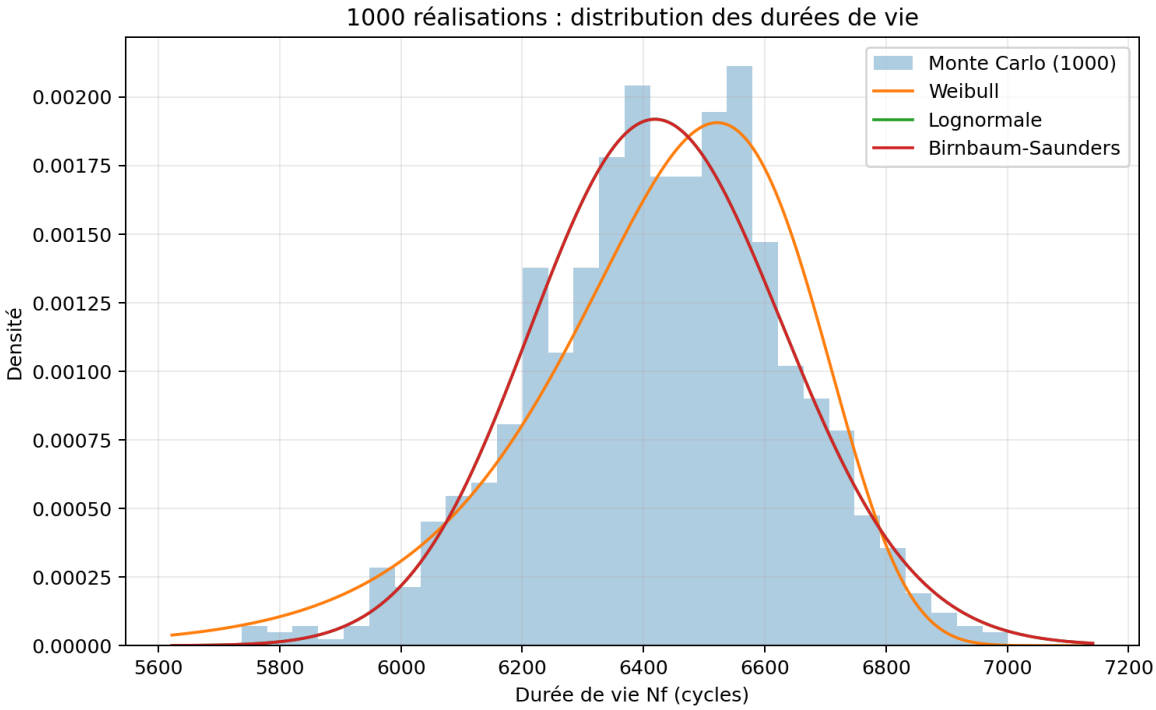
Les ajustements ne donnent pas une famille propre et universelle d'exposants critiques ; la portée finie du noyau de redistribution introduit elle-même une échelle. Ce résultat est une réserve essentielle : le modèle montre des **signatures compatibles avec une criticité**, mais ne démontre pas une transition de phase universelle.

9. Monte Carlo de 1000 durées de vie : quelle loi macroscopique émerge ?

Un Monte Carlo de 1000 réalisations a été réalisé en renouvelant la microstructure aléatoire à chaque calcul. La durée de vie moyenne obtenue était :

$$\langle N_f \rangle \approx 6429,$$

avec un écart-type d'environ 207 cycles, soit un coefficient de variation voisin de 3,2 %.



Distribution de 1000 durées de vie et ajustements Weibull, lognormal et Birnbaum–Saunders.

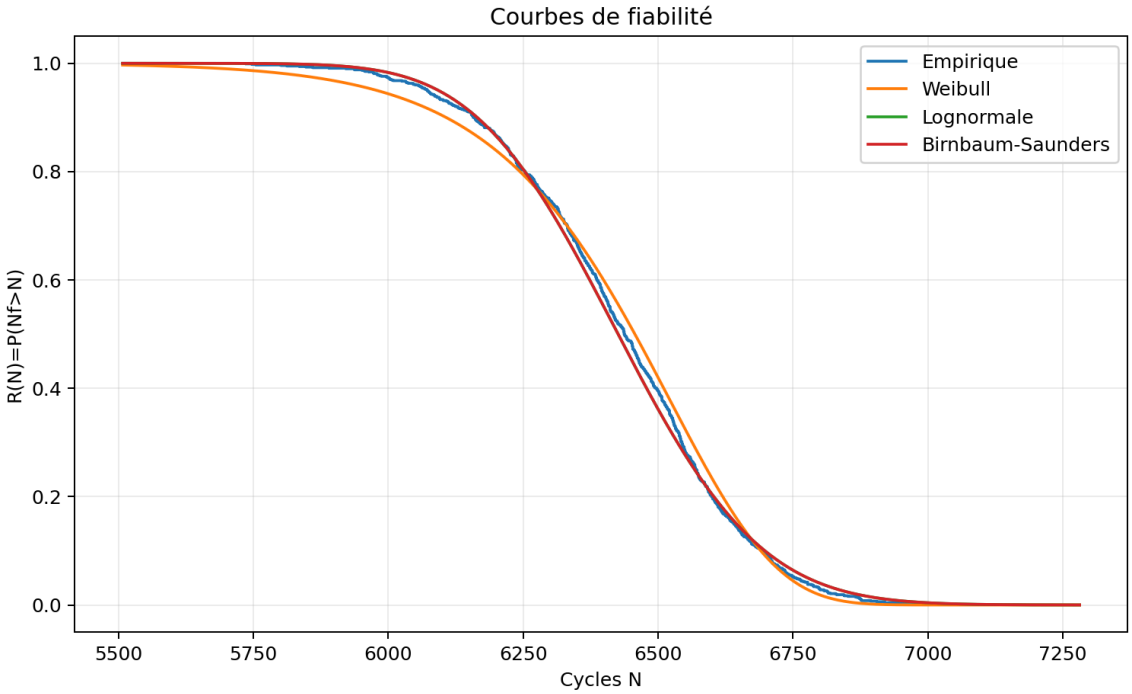
Les comparaisons statistiques ont donné :

Comparaison des lois de durée de vie

Modèle	AIC	BIC	KS D	KS p
Lognormale	13516.41	13526.23	0.0346	0.179
Birnbaum-Saunders	13516.43	13526.24	0.0346	0.179
Weibull	13558.38	13568.20	0.0437	0.043

Comparaison des lois de durée de vie : AIC, BIC et test de Kolmogorov-Smirnov.

La lognormale et la Birnbaum–Saunders sont presque indiscernables et meilleures que la Weibull dans cet exemple. C’est un résultat pédagogique important : les seuils locaux étaient Weibull, mais la durée de vie globale n’est pas automatiquement Weibull.



Fonctions de fiabilité $R(N) = P\left(N_f > N\right)$ issues du Monte Carlo et des lois ajustées.

La durée de vie globale est donc un objet **émergent**, produit par l'accumulation, les redistributions, les avalanches et la géométrie de connectivité.

10. Chargements temporels : séparer RMS, mémoire et intermittence

Une deuxième famille de simulations a étudié l'influence de la structure temporelle du chargement. Quatre signaux ont été comparés avec exactement le même RMS :

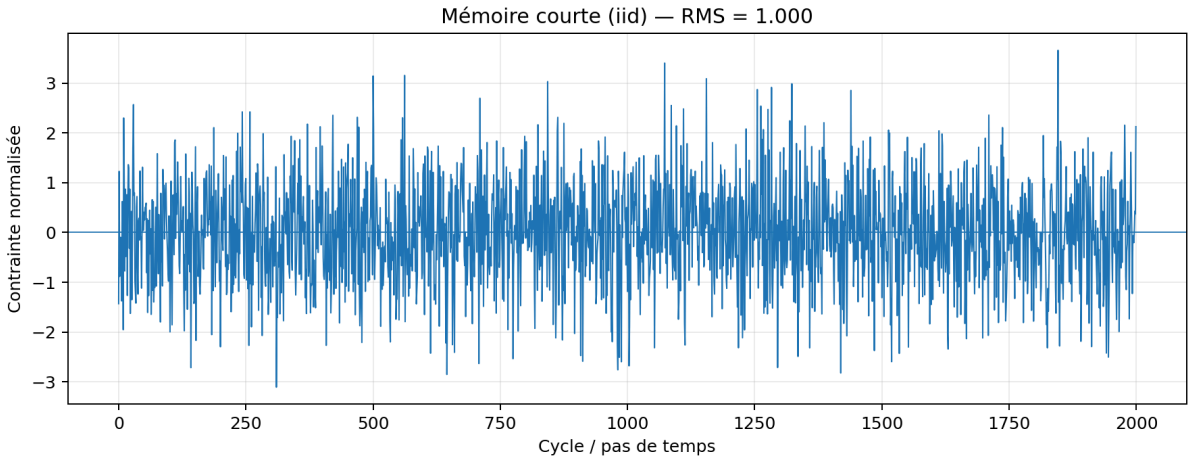
bruit gaussien indépendant, mémoire courte ;

processus gaussien AR(1) avec $\rho = 0.9$;

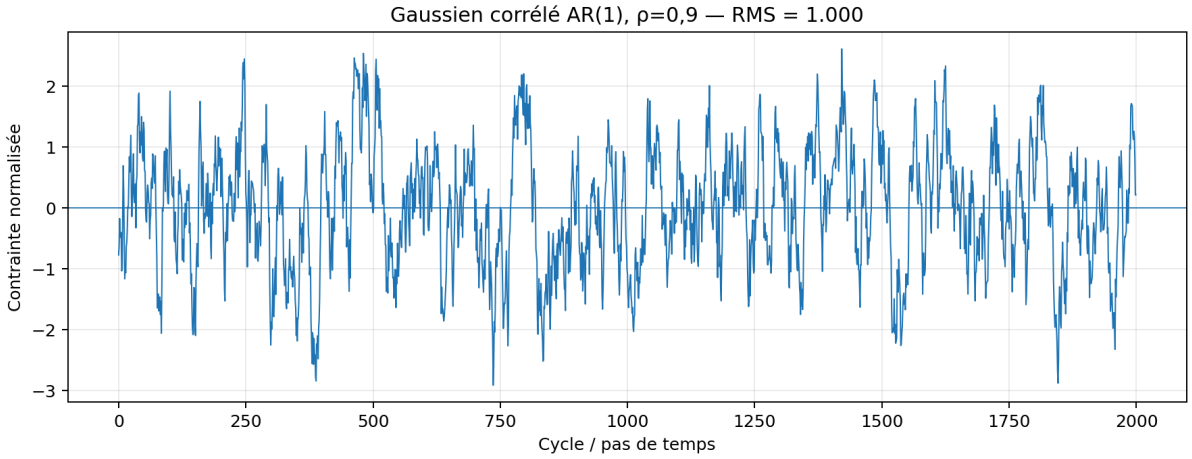
bruit gaussien à mémoire longue avec spectre $S(f) \propto f^{-0.6}$, correspondant approximativement à $H \approx 0.8$;

signal intermittent multiscalaire, construit comme une porteuse corrélée multipliée par une enveloppe de volatilité lente.

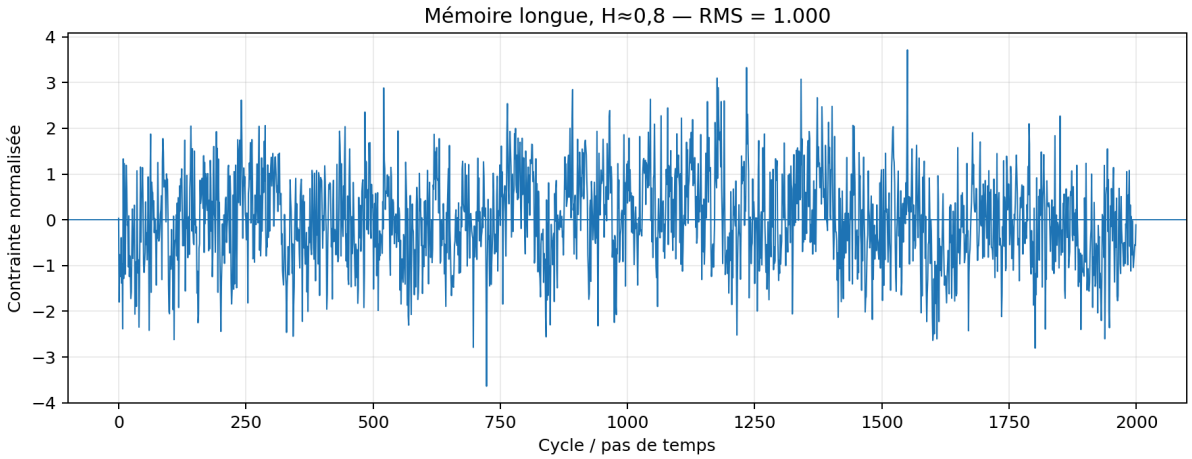
10.1 Les quatre chroniques temporelles



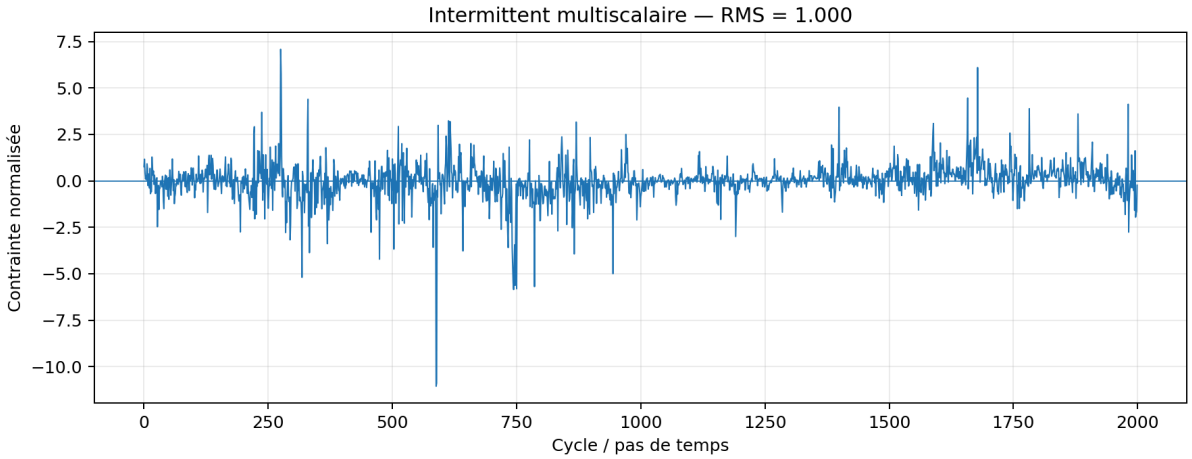
Chargement gaussien à mémoire courte, RMS normalisé.



Chargement gaussien corrélé AR(1), $\rho = 0.9$, RMS normalisé.



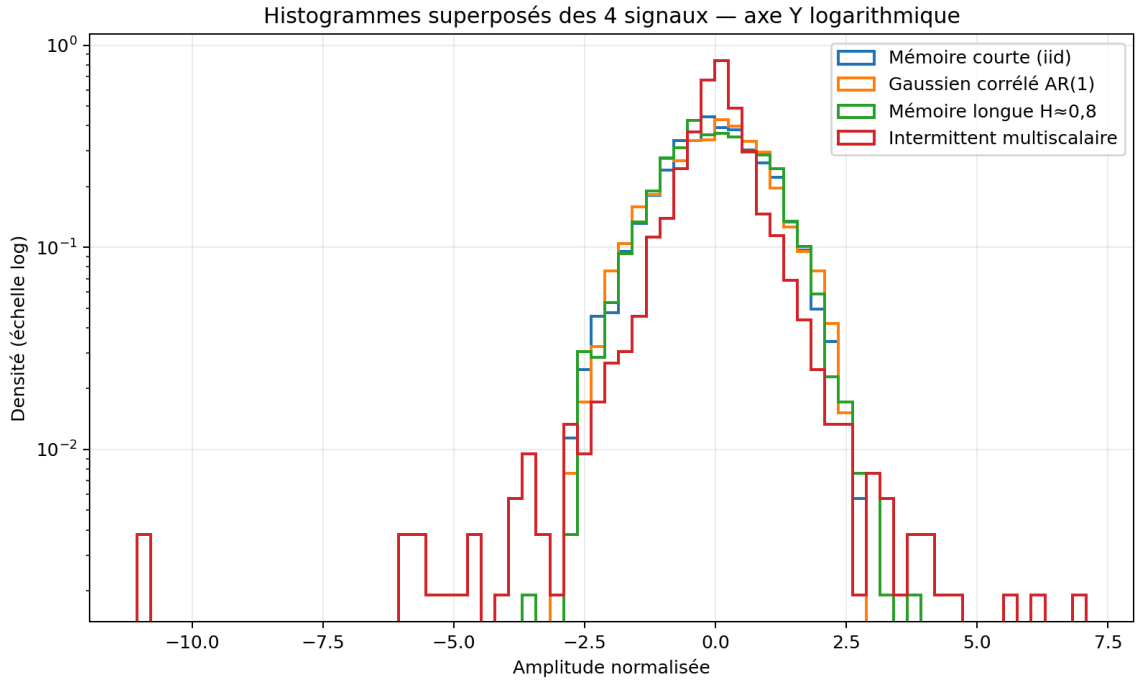
Chargement gaussien à mémoire longue, $H \approx 0.8$, RMS normalisé.



Chargement intermittent multiscalaire : alternance de zones calmes et de bouffées intenses.

Les trois premiers signaux ont une loi marginale proche d'une gaussienne. Leur principale différence est l'ordre temporel des valeurs. Le quatrième possède en plus une très forte intermittence.

10.2 Histogrammes et queues



Histogrammes superposés des quatre signaux avec axe vertical logarithmique.

L'échelle logarithmique montre clairement que les trois signaux gaussiens ont des queues proches, tandis que l'intermittent multiscalaire développe des événements extrêmes beaucoup plus fréquents.

Pour notre loi de dommage avec $\gamma = 3$, la grandeur directement pertinente devient :

$$I_{\gamma} = \frac{E\left(|\sigma|^{\gamma}\right)}{\left[E\left(\sigma^{2}\right)\right]^{\gamma/2}}.$$

À RMS unitaire :

$$I_\gamma = E\left(|X|^\gamma\right).$$

Le RMS contrôle le moment d'ordre 2, mais la fatigue non linéaire « voit » un moment d'ordre supérieur.

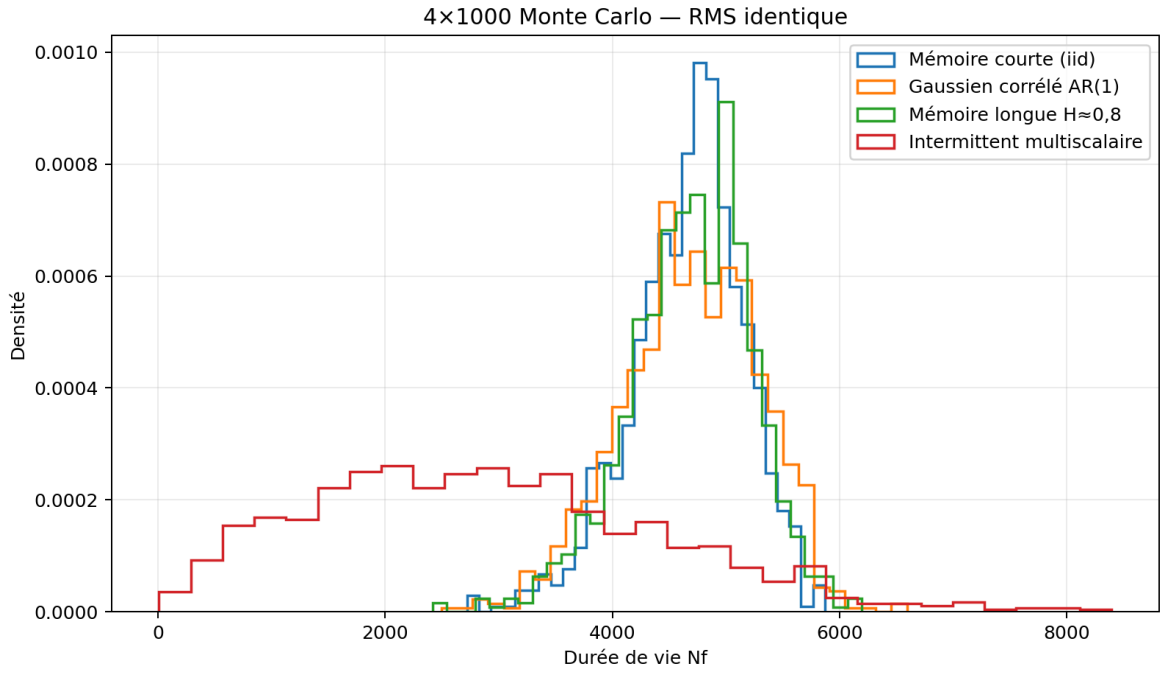
10.3 Monte Carlo 4 x 1000 à RMS identique

Les résultats numériques sont :

Monte Carlo 4 × 1000 à RMS identique

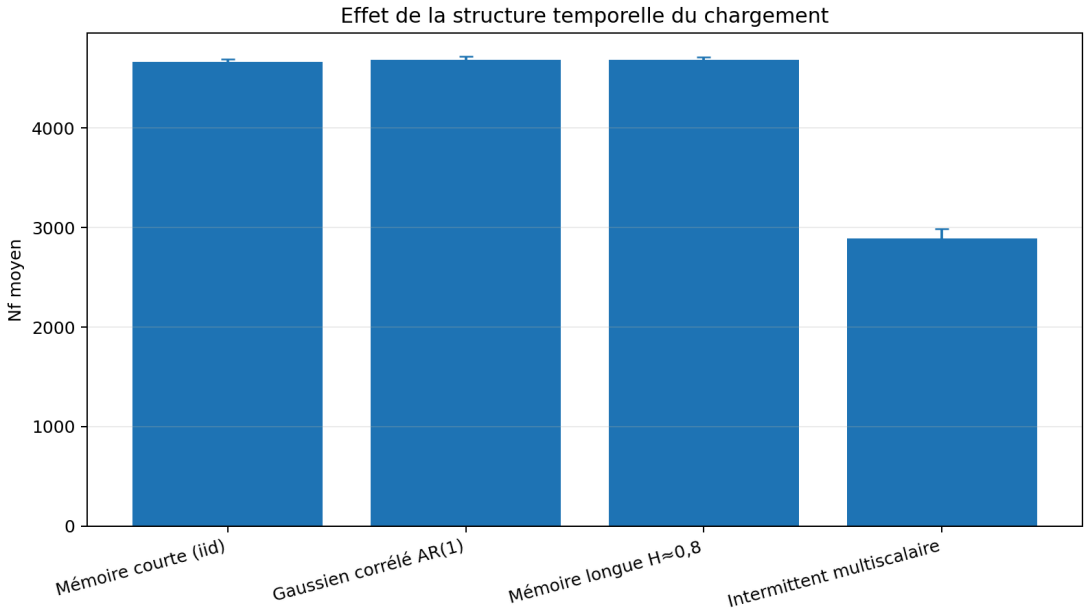
Chargement	Nf moyen	Écart-type	Q10 %	Q1 %	Kurtosis	E|X|³
Mémoire courte (iid)	4663	496	3986	3284	3.00	1.596
Gaussien corrélé AR(1)	4683	605	3882	3206	2.99	1.595
Mémoire longue H≈0,8	4686	545	4003	3256	3.00	1.595
Intermittent multiscalaire	2891	1513	1002	319	27.07	3.652

Résultats du Monte Carlo 4 × 1000 à RMS identique.



Superposition des distributions de durée de vie pour quatre structures temporelles à RMS identique.

Les trois processus gaussiens donnent des durées de vie moyennes proches. La mémoire seule modifie davantage la **dispersion** et les queues de fiabilité que la moyenne. Le processus intermittent, au contraire, réduit fortement la durée de vie moyenne et augmente énormément la taille des plus grandes avalanches.

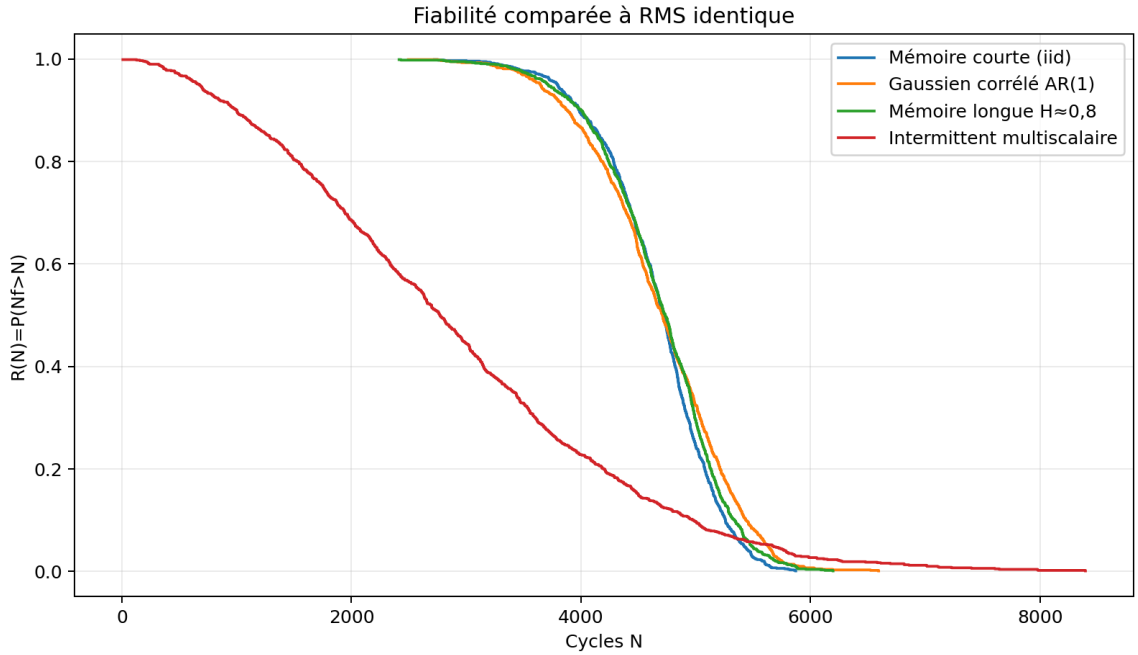


Durées de vie moyennes des quatre chargements à RMS identique.

La conclusion pédagogique est :

$$même\ RMS \Rightarrow / même\ endommagement.$$

La mémoire organise les événements dans le temps ; l'intermittence modifie en plus les moments élevés et crée des bouffées susceptibles de franchir simultanément de nombreux seuils.



Courbes de fiabilité pour les quatre types de chargement.

11. Chargements de Lévy idéaux : une expérience limite

Une expérience supplémentaire a utilisé des lois α-stables symétriques de paramètre d'échelle unité, avec :

$$\phi(k) = exp\left(- |k)^{\alpha}\right),$$

pour $\alpha = 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2$. Lorsque $\alpha < 2$, la variance théorique est infinie ; on ne peut donc pas comparer proprement ces signaux par RMS.

Avec une loi de dommage cubique, les événements extrêmes dominent totalement et la durée de vie s'effondre lorsque α diminue. Cette expérience est instructive mais non réaliste mécaniquement, car un chargement réel est toujours borné par une puissance disponible, une saturation, la plasticité ou la rupture immédiate.

Elle sert surtout à montrer la transition entre un régime d'accumulation de nombreux événements et un régime contrôlé par quelques extrêmes.

12. Lévy tronquée et RMS = 1 : une comparaison plus physique

Pour rendre la comparaison plus réaliste, les lois α-stables sont tronquées à $|X) \leq 10$ dans leurs unités naturelles, puis recentrées et renormalisées à RMS = 1.

Cette procédure rend tous les moments finis et sépare mieux trois ingrédients :

l'énergie quadratique moyenne, fixée ;

la forme des queues, pilotée par α ;

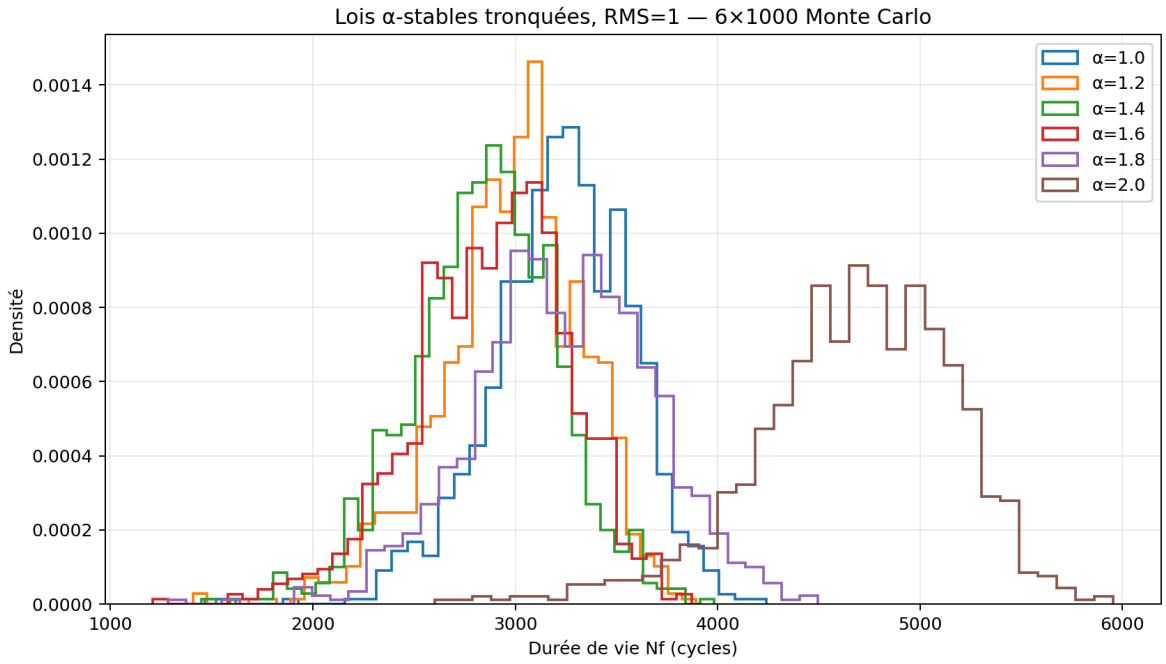
le cutoff physique, fixé par la troncature.

Les résultats de 6 x 1000 Monte Carlo sont :

Lévy tronquée, RMS = 1 : 6 × 1000 Monte Carlo

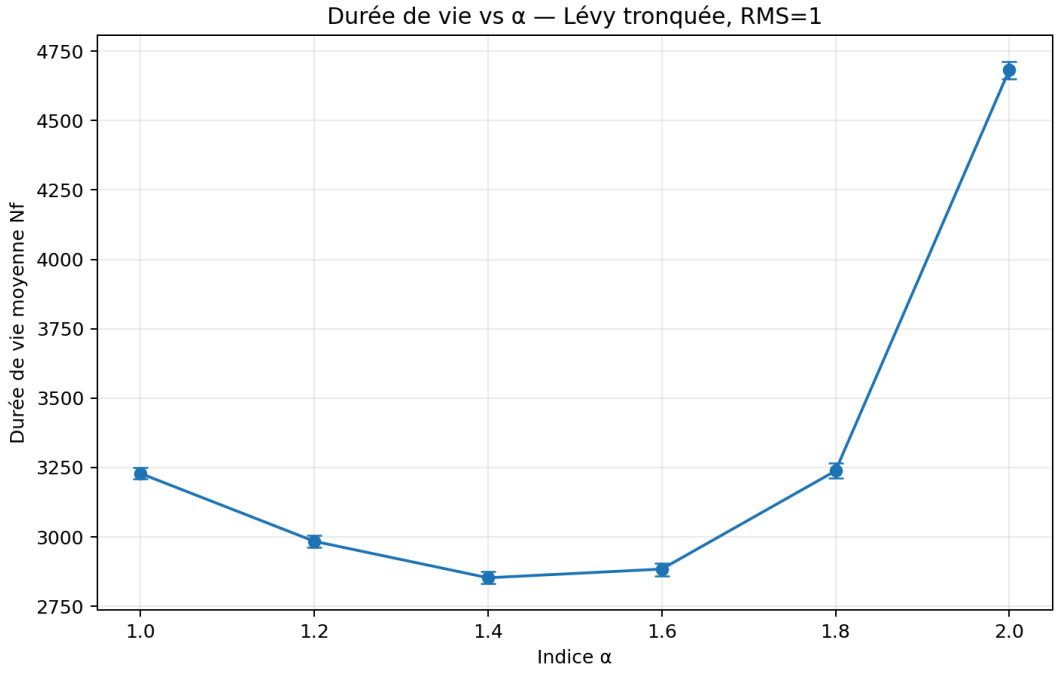
α	Nf moyen	Médiane	Q10 %	Kurtosis	E|X|³	Vie rel. α=2
1.0	3229	3249	2795	6.07	2.323	0.690
1.2	2984	3012	2540	7.51	2.519	0.637
1.4	2853	2866	2376	8.83	2.642	0.609
1.6	2884	2920	2391	9.51	2.625	0.616
1.8	3238	3242	2681	8.40	2.347	0.692
2.0	4682	4723	4073	3.00	1.596	1.000

Résultats du Monte Carlo 6 × 1000 pour les lois de Lévy tronquées à RMS=1.



Superposition des six distributions de durée de vie pour des lois de Lévy tronquées et normalisées à RMS=1.

Le résultat est beaucoup plus subtil que pour les Lévy idéales : $N_f(\alpha)$ n'est plus monotone. La durée de vie minimale apparaît autour de $\alpha \simeq 1.4 - 1.6$.



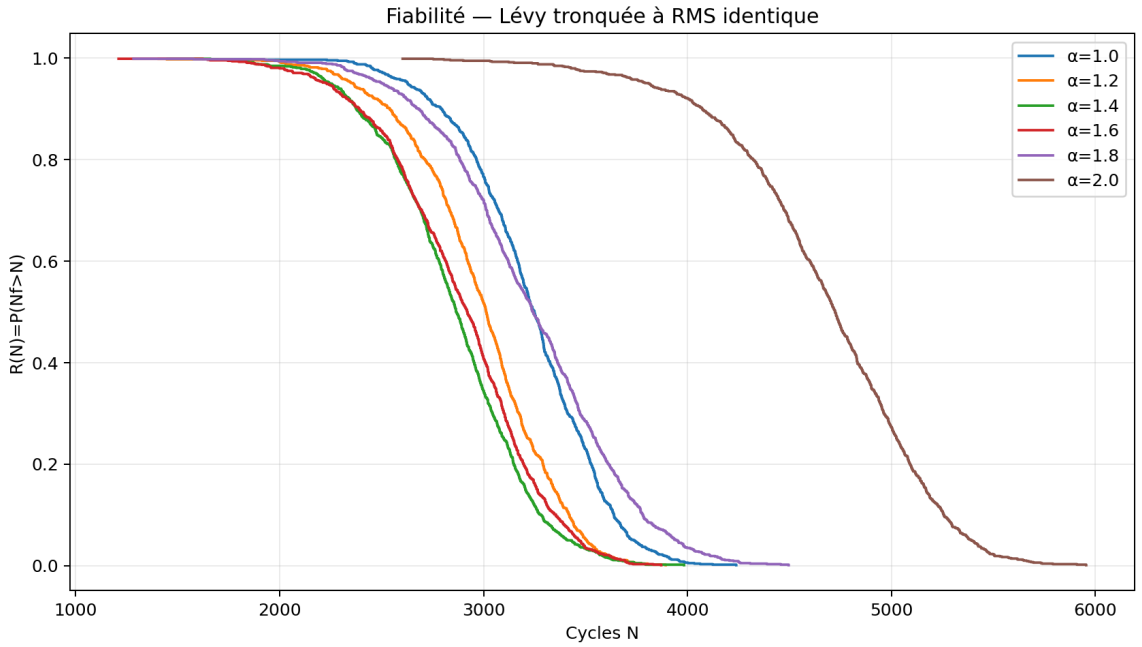
Durée de vie moyenne en fonction de α pour les lois tronquées à RMS=1.

Ce comportement s'explique par le moment $E|X)^3$, qui augmente depuis le gaussien, atteint un maximum intermédiaire, puis redescend lorsque la troncature et la renormalisation RMS redistribuent l'énergie du signal.

La conclusion importante est que la sévérité d'un environnement borné ne dépend pas seulement d'un exposant de queue. Elle dépend d'au moins trois paramètres :

$$\left(\alpha, \sigma_{RMS}, \sigma_{max}\right),$$

ou, plus généralement, de l'énergie, de la forme de la distribution et du cutoff physique.



Courbes de fiabilité pour les six lois de Lévy tronquées à RMS identique.

13. La fatigue comme phénomène critique ?

Le modèle fait apparaître plusieurs signatures évocatrices d'un système critique hors équilibre :

avalanches de tailles très différentes ;

croissance d'une longueur de corrélation ;

diminution des temps d'attente ;

localisation progressive du dommage ;

apparition d'un cluster connecté ;

cascade finale macroscopique.

On peut comparer la distance à la rupture :

$$\varepsilon = 1 - \frac{N}{N_f}$$

à la distance à un point critique dans une transition de phase. On recherche alors des lois :

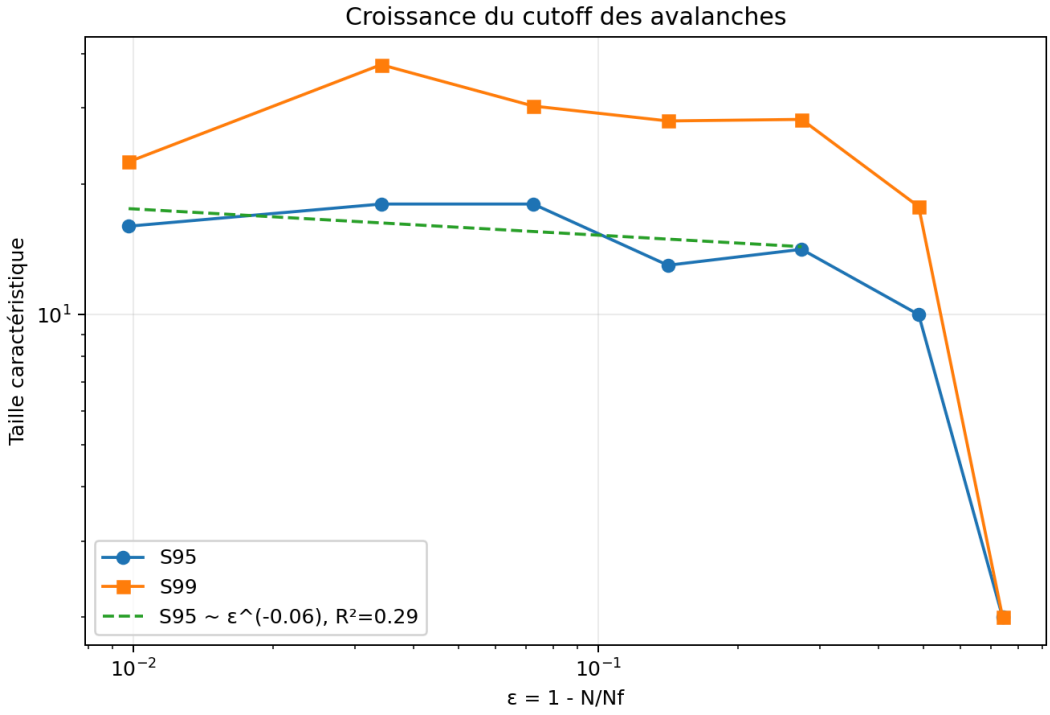
$$\xi \sim \varepsilon^{-\nu},$$

$$P(S|\varepsilon) = S^{-\tau} f\left(\frac{S}{S_c(\varepsilon)}\right),$$

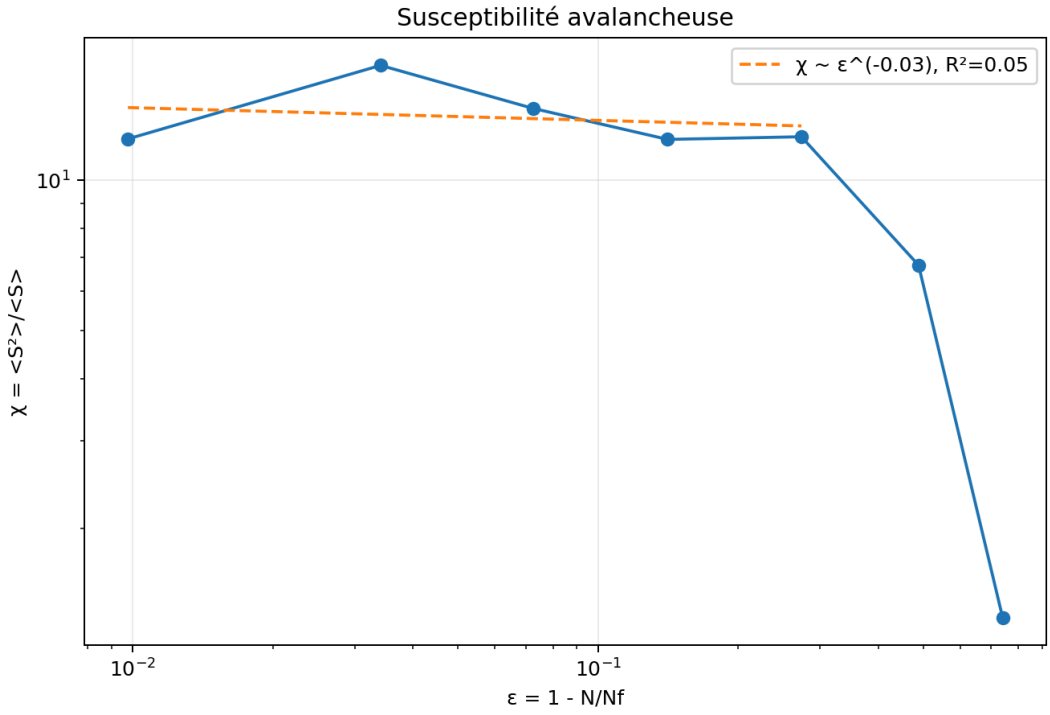
$$S_c \sim \varepsilon^{-1/\sigma},$$

et une susceptibilité avalancheuse :

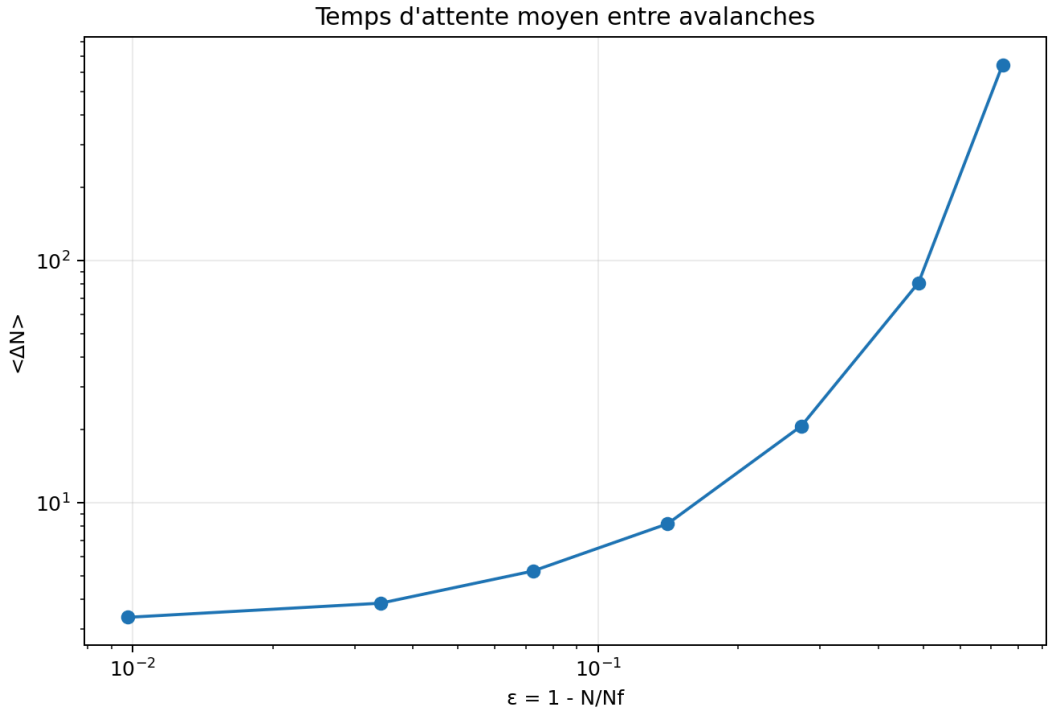
$$\chi = \frac{\langle S^2 \rangle}{\langle S \rangle}.$$



Evolution d'un cutoff effectif de taille d'avalanche avec la distance à la rupture.



Susceptibilité avalancheuse effective en fonction de la distance à la rupture.



Diminution du temps d’attente moyen entre avalanches à l’approche de la rupture.

Les résultats sont compatibles avec une croissance des corrélations mais ne donnent pas des exposants critiques propres sur plusieurs décades. La principale raison est que le modèle contient des échelles explicites :

taille de cellule, portée du noyau, cutoff de chargement, taille finie de la grille. Il faut donc parler de **comportement de type critique** ou d'**approche d'une instabilité collective**, et non affirmer une universalité de transition de phase.

14. Lecture unifiée : Miner, avalanches, percolation et Paris

Le modèle peut être résumé par une chaîne de changement d'échelle :

$$chargement \rightarrow D_i \rightarrow D_{c,i} \rightarrow ruptures\ locales \rightarrow avalanches \rightarrow percolation \rightarrow a(N) \rightarrow \frac{da}{dN}$$

Dans cette lecture :

Miner décrit bien la phase d'accumulation lorsque les interactions et la localisation sont faibles ;

les avalanches décrivent l'interaction entre ruptures locales ;

la percolation corrélée transforme les dommages en fissure connectée ;

Paris décrit la vitesse moyenne de propagation après coarse-graining d'une fissure déjà organisée.

Niveaux de description du modèle

Niveau	Variables	Description dominante
Local	Dᵢ, D_c,i	Accumulation et seuils
Mésoscopique	S, ΔN, Rg, ξ	Avalanches et corrélations
Géométrique	clusters, a	Percolation et localisation
Global	Nf, da/dN	Fiabilité et propagation

Niveaux de description du modèle, du local au global.

L'intérêt du modèle est de montrer que de nouvelles variables apparaissent à chaque niveau et qu'elles ne se réduisent pas à une simple moyenne des variables du niveau inférieur.

15. Ce que le modèle montre réellement

Le modèle soutient raisonnablement les propositions suivantes :

une progression en escalier de fissure peut émerger d'un système de seuils et d'interactions ;

des avalanches apparaissent dès que la rupture locale modifie le voisinage ;

la connectivité est nécessaire pour transformer du dommage dispersé en fissure macroscopique ;

une loi lisse de propagation peut être le coarse-graining d'une dynamique intermittente ;

la distribution macroscopique de durée de vie peut différer de la distribution microscopique des seuils ;

le RMS ne suffit pas à classer la sévérité de chargements non gaussiens ;

la mémoire seule agit surtout sur l'organisation temporelle et la dispersion dans le modèle actuel ;

l'intermittence et les moments d'ordre élevé sont fortement endommageants pour une loi locale non linéaire ;

une troncature physique change profondément le rôle des queues lourdes ;

la rupture présente des signatures compatibles avec l'approche d'une instabilité collective critique.

16. Ce que le modèle ne démontre pas

Le modèle ne permet pas de conclure que :

les constantes C et m de Paris d'un matériau réel sont données par nos paramètres numériques ;

la fatigue réelle appartient à une classe d'universalité précise ;

les exposants mesurés dans le modèle sont des constantes physiques ;

un chargement de Lévy idéal représente directement un environnement mécanique réel ;

le noyau de redistribution choisi est mécaniquement exact ;

les durées de vie absolues simulées sont dimensionnantes.

Le modèle doit donc être lu comme un **dispositif pédagogique de raisonnement physique** : on y garde assez peu de mécanismes pour comprendre ce qu'ils font, mais assez de couplage pour produire une complexité crédible.

Conclusion

Cette étude numérique propose une manière simple de penser la fatigue comme un phénomène de changement d'échelle. La microstructure fournit des seuils distribués ; le chargement accumule du dommage ; la rupture locale redistribue la vulnérabilité ; les cascades construisent des corrélations ; la connectivité fait émerger une fissure ; le coarse-graining produit une vitesse de propagation et une durée de vie probabiliste.

La complexité du comportement global ne vient donc pas nécessairement de règles locales compliquées. Elle peut émerger de la combinaison de quatre ingrédients élémentaires :

$$non - linéarité + désordre + interaction + mémoire.$$

Dans ce cadre, Miner et Paris ne sont plus seulement deux lois séparées : ils peuvent être vus comme deux projections macroscopiques, de part et d'autre d'un régime mésoscopique d'avalanches et de percolation. Le modèle permet également de montrer que la structure statistique du chargement - mémoire, intermittence, queues lourdes et cutoff - est aussi importante que son niveau RMS lorsqu'un matériau répond de manière non linéaire.

C'est cette articulation entre règles locales simples, émergence collective et lois macroscopiques qui constitue la valeur pédagogique principale du modèle.

17. Bibliographie commentée et tendances actuelles

Objet de cette bibliographie. Les références ci-dessous ne sont pas destinées à donner une justification a posteriori à toutes les sorties numériques du modèle. Elles servent à situer précisément ce que le modèle pédagogique reproduit déjà de manière qualitative, ce que la littérature établit expérimentalement ou théoriquement, et les points qui restent des hypothèses de recherche. La littérature récente confirme surtout quatre tendances : la rupture intermittente par sauts, l'intérêt des modèles désordonnés à seuils et redistribution, l'émergence possible de lois macroscopiques de type Paris à partir de règles mésoscopiques simples, et l'importance croissante accordée aux chargements non gaussiens ainsi qu'aux modèles continus de champ de phase.

17.1. Correspondance entre les observations du modèle et la littérature

Résultat observé dans le modèle	État de la littérature	Lecture recommandée
Croissance de fissure en escalier, temps d'attente et sauts	Observée expérimentalement dans le cuivre et l'aluminium ; distributions de sauts larges et intermittence mesurée.	Résultat qualitativement bien soutenu.
Avalanches et redistribution après rupture locale	Résultat classique des fiber-bundle et random-fuse models ; lois de puissance avec cutoff dans plusieurs classes de modèles.	Très bon fondement pour le mécanisme pédagogique, sans prétendre à l'exactitude du noyau Gij.
Passage d'une loi locale de dommage à une loi de Paris	Des modèles analytiques et mésoscopiques relient explicitement l'exposant local de dommage à l'exposant macroscopique de Paris.	Le pont local-global est fondé ; les valeurs numériques de C et m restent matériau-dépendantes.
Criticité, croissance des corrélations et précurseurs	Les modèles statistiques de rupture discutent depuis longtemps fracture, avalanches, criticalité et universality ; les exposants dépendent toutefois des interactions et de la géométrie.	Parler de signatures de criticité, non d'une classe universelle démontrée.
RMS identique mais durée de vie différente pour un signal intermittent	Des essais de vibration aléatoire à kurtosis contrôlée montrent une diminution de vie à écart-type maintenu ; kurtosis seule n'est toutefois pas suffisante.	Résultat expérimentalement soutenu ; compléter RMS par des métriques de queues et de pics.
Mémoire temporelle : effet surtout sur dispersion dans le modèle	La littérature de fatigue aléatoire insiste davantage sur PSD, séquences, pics et non-gaussianité que sur un effet universel du Hurst seul.	Résultat plausible mais non universel ; à présenter comme sortie du modèle.
Durées de vie probabilistes lognormales/Birnbaum-Saunders	Birnbaum-Saunders a été dérivée historiquement d'un mécanisme de fatigue et reste une distribution de référence en fiabilité.	Le Monte Carlo du modèle s'inscrit naturellement dans une lecture probabiliste de la durée de vie.
Champ de phase comme prolongement plus mécanique	Les revues 2023-2025 montrent une forte activité sur fatigue, plasticité, multiscale et accélération numérique par cycle skipping.	Tendance actuelle majeure, mais volontairement plus complexe que le modèle pédagogique présenté ici.

17.2. Rupture désordonnée, avalanches et criticité

[1] Alava, M. J., Nukala, P. K. V. V., & Zapperi, S. (2006). Statistical models of fracture. Advances in Physics, 55, 349–476. 10.1080/00018730300741518

Commentaire — Revue de référence sur les modèles statistiques de rupture. Elle identifie comme ingrédients centraux le désordre des seuils, les interactions à longue portée, les avalanches de micro-ruptures, les effets de taille et la morphologie fractale des fissures. Elle est probablement la meilleure référence générale pour justifier le statut de notre modèle comme modèle minimal de physique statistique plutôt que comme calcul de mécanique locale. *[fondement général]*

[2] Pradhan, S., Hansen, A., & Chakrabarti, B. K. (2010). Failure processes in elastic fiber bundles. Reviews of Modern Physics, 82, 499–555. 10.1103/RevModPhys.82.499

Commentaire — Synthèse majeure des fiber-bundle models. Le mécanisme élémentaire — seuils distribués, ruptures successives et redistribution de charge — est extrêmement proche de l'architecture choisie ici. La revue traite explicitement criticité, universalité, fluctuations, fatigue et creep. Elle montre qu'un modèle volontairement simple peut servir de laboratoire analytique pour comprendre la dynamique collective de rupture. *[fondement direct]*

[3] Hansen, A., Hemmer, P. C., & Pradhan, S. (2015). The Fiber Bundle Model: Modeling Failure in Materials. Wiley-VCH. 10.1002/9783527671960

Commentaire — Monographie utile pour approfondir les variantes de redistribution globale, locale ou intermédiaire, les avalanches, la prédiction de rupture et les extensions au dommage répété et à la fatigue. Elle met particulièrement bien en évidence l'effet de la portée du couplage, ce qui rejoint notre proposition pédagogique de faire varier l'intensité et la portée de Gij. *[approfondissement]*

[4] Zapperi, S., Nukala, P. K. V. V., & Šimunović, S. (2005). Crack roughness and avalanche precursors in the random fuse model. Physical Review E, 71, 026106. 10.1103/PhysRevE.71.026106

Commentaire — Dans un réseau de fusibles désordonné, la rupture est précédée d'avalanches dont la distribution suit une loi de puissance jusqu'à un cutoff. L'article est particulièrement pertinent pour notre discussion de P(S), de la taille de coupure et des précurseurs de rupture. Il montre également que les exposants ne sont pas forcément ceux du champ moyen : la géométrie et la redistribution comptent. *[très proche de P(S)]*

17.3. Intermittence expérimentale et coarse-graining de la croissance de fissure

[5] Kokkoniemi, R., Miksic, A., Ovaska, M., Laurson, L., & Alava, M. J. (2017). Intermittent crack growth in fatigue. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2017, 073401. 10.1088/1742-5468/aa73f7

Commentaire — Expérience sur cuivre dans laquelle la propagation en fatigue est explicitement traitée comme un processus stochastique intermittent. Cette référence soutient directement notre représentation de a(N) en escalier et rappelle un point méthodologique essentiel : la taille apparente des sauts dépend aussi de la cadence d'observation, donc du coarse-graining expérimental. *[validation expérimentale]*

[6] Lomakin, I. V., Mäkinen, T., Widell, K., Savolainen, J., Coffeng, S., Koivisto, J., & Alava, M. J. (2021). Fatigue crack growth in an aluminum alloy: Avalanches and coarse graining to growth laws. Physical Review Research, 3, L042029. 10.1103/PhysRevResearch.3.L042029

Commentaire — Référence centrale pour notre démarche. Les auteurs observent une distribution en loi de puissance des sauts de pointe de fissure avec un exposant proche de deux et un cutoff croissant avec la propagation. Ils montrent aussi que la loi de croissance macroscopique dépend de la manière dont on coarse-grain la dynamique intermittente. Cela correspond précisément à notre passage de la somme de sauts Δak à une vitesse moyenne da/dN. *[validation directe du coarse-graining]*

[7] Kinnunen, A., Lomakin, I. V., Mäkinen, T., Widell, K., Koivisto, J., & Alava, M. J. (2023). Striation lines in intermittent fatigue crack growth in an Al alloy. Physical Review Materials, 7, 053602. 10.1103/PhysRevMaterials.7.053602

Commentaire — Cette étude relie les sauts observés macroscopiquement aux stries visibles après rupture. Elle renforce l'idée que l'intermittence n'est pas seulement un artefact d'un suivi optique grossier : des signatures avalancheuses se retrouvent aussi dans la surface de fracture. C'est une référence particulièrement utile pour ancrer le modèle pédagogique dans une observation matérielle réelle. *[validation multi-échelle]*

17.4. Du dommage local à la loi de Paris

[8] Paris, P. C., & Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering, 85, 528–533. 10.1115/1.3656900

Commentaire — Article historique introduisant la relation empirique devenue la loi de Paris dans son domaine intermédiaire. Il est important de le conserver comme référence macroscopique : notre modèle ne cherche pas à la remplacer, mais à montrer comment une loi lisse de ce type peut résulter du coarse-graining d'une propagation microscopiquement intermittente. *[référence macroscopique]*

[9] Vieira, A. P., Andrade, J. S., Jr., & Herrmann, H. J. (2008). Subcritical crack growth: The microscopic origin of Paris' law. Physical Review Letters, 100, 195503. 10.1103/PhysRevLett.100.195503

Commentaire — Travail très proche de notre intuition : le dommage local est pris proportionnel à une puissance γ de l'amplitude de contrainte, puis l'exposant macroscopique m de Paris est relié analytiquement à γ. Un seuil critique γc = 2 sépare deux régimes. Cette publication justifie fortement l'idée qu'un paramètre d'endommagement local puisse se transformer en exposant macroscopique de propagation. *[pont micro-macro majeur]*

[10] Oliveira, C. L. N., Vieira, A. P., Herrmann, H. J., & Andrade, J. S., Jr. (2012). Fatigue in disordered media. arXiv:1207.2979.

Commentaire — Dans un réseau de fusibles soumis à fatigue, le dommage croît comme une puissance du courant local, les éléments brûlent irréversiblement et la fissure se construit dans un milieu désordonné. Les auteurs étudient séparément les sauts Δa et les temps d'attente Δt et obtiennent des lois d'échelle avec la longueur de fissure. C'est l'une des références les plus proches de notre couple (Δa, ΔN). *[très proche du modèle]*

[11] Araújo, M. S., Vieira, A. P., Andrade, J. S., Jr., & Herrmann, H. J. (2016). Mesoscopic approach to subcritical fatigue crack growth. Physical Review E, 94, 043003. 10.1103/PhysRevE.94.043003

Commentaire — Extension mésoscopique systématique qui examine le rôle d'un seuil minimal de dommage, du désordre des seuils et d'une éventuelle guérison. Le résultat important pour notre modèle est que le lien entre γ et m peut être robuste dans certains régimes mais sensible aux ingrédients dans d'autres. Cela impose une réserve : un exposant Paris extrait de notre modèle n'est pas universel et dépend des règles microscopiques choisies. *[réserve sur l'universalité]*

17.5. Miner, séquences de chargement et mémoire structurelle

[12] Lin, S.-J., Long, W., Tian, D.-Q., & Liao, J.-B. (2018). A new fatigue damage accumulation model considering loading history and loading sequence based on damage equivalence. Advances in Mechanical Engineering, 10. 10.1177/1056789517701531

Commentaire — Exemple de la littérature d'ingénierie cherchant à corriger la règle linéaire de Palmgren–Miner pour inclure histoire et séquence de chargement. Il confirme la faiblesse que notre modèle met naturellement en évidence : dès que l'état local évolue et redistribue les sollicitations, l'ordre des cycles peut compter et la somme linéaire n'est plus une description complète. *[limites de Miner]*

[13] Marques, F. et al. (2017). A plain linear rule for fatigue analysis under natural loading considering the sequence effect. International Journal of Fatigue, 103, 386–394. 10.1016/j.ijfatigue.2017.06.018

Commentaire — Cet article rappelle que la règle Palmgren–Miner reste largement utilisée dans les normes pour sa simplicité, tout en ignorant l'ordre des cycles. Il est utile pour positionner notre approche : Miner est une excellente projection macroscopique lorsque les interactions et l'histoire peuvent être négligées ; notre modèle explore justement le régime où ces hypothèses cessent d'être satisfaisantes. *[positionnement ingénierie]*

17.6. Chargements non gaussiens, intermittence et fatigue aléatoire

[14] Owsiński, R., & Niesłony, A. (2021). Fatigue Test of 6082 Aluminum Alloy under Random Load with Controlled Kurtosis. Materials, 14, 856. 10.3390/ma14040856

Commentaire — Résultat expérimental particulièrement important pour nos simulations à RMS fixé : lorsque la kurtosis augmente tout en maintenant la même déviation standard du chargement, la durée de vie diminue significativement. Cela confirme directement que l'énergie quadratique moyenne ne suffit pas à caractériser la sévérité d'un chargement non gaussien. *[validation expérimentale de l'intermittence]*

[15] Niesłony, A., Böhm, M., & Owsiński, R. (2021). Crest factor and kurtosis parameter under vibrational random loading. International Journal of Fatigue, 147, 106179. 10.1016/j.ijfatigue.2021.106179

Commentaire — Complément essentiel au précédent : la kurtosis est utile mais ne suffit pas à elle seule. Le facteur de crête, la longueur d'observation et la manière de renormaliser les signaux après transformation non linéaire influencent également l'évaluation de fatigue. Cette réserve doit accompagner notre indicateur Iγ : un seul moment statistique ne résume pas toute l'organisation temporelle du chargement. *[réserve méthodologique]*

17.7. Distribution des durées de vie et fiabilité

[16] Balakrishnan, N., & Kundu, D. (2019). Birnbaum–Saunders distribution: A review of models, analysis, and applications. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 35, 4–49. 10.1002/asmb.2348

Commentaire — Revue complète de la distribution de Birnbaum–Saunders, historiquement introduite pour modéliser la durée de vie en fatigue sous accumulation de dommage. Elle apporte un cadre solide à notre Monte Carlo : la sortie naturelle d'un modèle microscopique désordonné n'est pas une vie unique mais une loi de survie, des quantiles et une dispersion. La proximité numérique observée entre lognormale et Birnbaum–Saunders est cohérente avec leurs usages en fiabilité, sans constituer en soi une preuve de mécanisme. *[fiabilité]*

[17] NIST/SEMATECH. Fatigue life (Birnbaum–Saunders), Engineering Statistics Handbook.

Commentaire — Référence pratique et pédagogique. Le NIST rappelle que la distribution Birnbaum–Saunders peut être dérivée d'un argument physique/statistique de dégradation ou croissance de fissure sous cycles de contrainte. Elle permet de relier simplement notre approche Monte Carlo à des outils classiques de fiabilité : fonction de survie R(N), quantiles de durée de vie et taux de défaillance. *[référence pratique]*

17.8. Tendances actuelles : champ de phase, multiscale et efficacité numérique

[18] Kalina, M., Schneider, T., Brummund, J., & Kästner, M. (2023). Overview of phase-field models for fatigue fracture in a unified framework. Engineering Fracture Mechanics, 288, 109318. 10.1016/j.engfracmech.2023.109318

Commentaire — Cette revue organise les modèles de champ de phase de fatigue dans un cadre commun. Deux familles dominent : dégradation progressive de la ténacité ou ajout d'un terme de fatigue dans la force motrice de fissuration. Elle montre la direction prise par les modèles continus : initiation et propagation sans trajectoire imposée, couplage avec plasticité et nécessité d'accélérer les calculs sur de très nombreux cycles. *[tendance actuelle]*

[19] Li, P., Li, W., Li, B., Yang, S., Shen, Y., Wang, Q., & Zhou, K. (2023). A review on phase field models for fracture and fatigue. Engineering Fracture Mechanics, 289, 109419. 10.1016/j.engfracmech.2023.109419

Commentaire — Revue très large couvrant nucléation, propagation, branchement, coalescence, anisotropie et couplages constitutifs. Elle confirme que le champ de phase est devenu un cadre majeur pour unifier initiation et propagation, mais aussi que les questions de coût numérique, calibration et validation expérimentale restent centrales. Pour notre document, elle sert surtout de 'borne supérieure' de complexité par rapport au modèle jouet. *[tendance actuelle]*

[20] Kalina, M., Schneider, T., Waisman, H., & Kästner, M. (2025). Phase-field models for ductile fatigue fracture. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 136, 104842. 10.1016/j.tafmec.2024.104842

Commentaire — Exemple récent de tendance vers des modèles plus efficaces : prise en compte simplifiée de la plasticité et cycle-skipping permettant des gains de plusieurs ordres de grandeur. Cette direction fait écho à notre choix d'un modèle pédagogique événementiel : même dans les modèles mécaniques détaillés, l'un des enjeux majeurs est désormais de ne pas recalculer inutilement chaque cycle. *[tendance 2025]*

17.9. Tendances de recherche qui se dégagent

1. De la courbe lisse vers la dynamique intermittente

Les mesures temporelles fines et l'analyse post-mortem des surfaces de rupture font apparaître une croissance par sauts, avec distributions larges et cutoffs dépendant de l'état de propagation. La loi de Paris reste pertinente comme loi coarse-grainée, mais n'est pas nécessairement la description élémentaire.

2. Du matériau homogène vers le désordre et les interactions

Les seuils distribués, les réseaux de fusibles, les fiber bundles et les modèles mésoscopiques montrent que l'hétérogénéité n'est pas un simple bruit ajouté au calcul : elle change la localisation, les avalanches, la dispersion de vie et parfois les exposants macroscopiques.

3. De la durée de vie unique vers la fiabilité probabiliste

Les durées de vie sont de plus en plus décrites par des distributions, des courbes de survie et des quantiles. Cela rejoint directement notre Monte Carlo et permet de rapprocher modèles physiques et exigences de fiabilité.

4. De la PSD/RMS seule vers la statistique complète du chargement

Pour les chargements aléatoires, la kurtosis, le facteur de crête, les séquences, la non-stationnarité et les queues de distribution gagnent en importance. Notre résultat 'même RMS ≠ même dommage' est pleinement aligné avec cette tendance, mais il faut éviter de réduire la complexité à un seul indicateur.

5. De la fissure imposée vers des champs continus capables de nucléation et branchement

Le champ de phase est aujourd'hui l'une des voies principales pour traiter initiation, croissance et coalescence dans un même formalisme. Les travaux récents cherchent surtout à intégrer plasticité, anisotropie, multiscale et accélération des cycles.

6. Vers les précurseurs et la prévision de rupture

La croissance des avalanches, des corrélations, du crackling noise et des tailles de cutoff est étudiée comme source potentielle d'indicateurs précoces. Cette piste est prometteuse pour notre lecture critique, mais la robustesse des exposants et leur capacité prédictive restent très dépendantes du système et de l'observation.

17.10. Position critique de notre modèle au regard de cette littérature

Ce que la littérature soutient fortement. La fatigue peut être intermittente ; les ruptures locales couplées produisent des avalanches ; le désordre contrôle une partie de la dispersion ; une loi macroscopique de propagation peut émerger d'une loi mésoscopique d'accumulation ; et la non-gaussianité des chargements peut raccourcir fortement la durée de vie même lorsque leur niveau quadratique est comparable.

Ce que notre modèle simplifie volontairement. Le noyau de redistribution n'est pas recalculé par équilibre élastique, la plasticité n'est pas résolue, la géométrie de fissure est schématique et les paramètres n'ont pas été identifiés sur un matériau particulier. Ces simplifications sont acceptables tant que l'objectif reste d'expliquer le changement d'échelle plutôt que de prédire une pièce réelle.

Ce qui reste une hypothèse. L'interprétation de la rupture de fatigue comme phénomène critique au sens d'une transition de phase est féconde et bien connectée à la physique statistique de la fracture, mais notre simulation ne démontre ni une classe d'universalité ni un jeu d'exposants critiques universels. La formulation la plus rigoureuse reste : le modèle présente des signatures de criticité et d'instabilité collective, compatibles avec certains modèles statistiques de rupture.

Conclusion bibliographique. Le positionnement le plus solide est donc celui d'un modèle pédagogique minimal situé entre la règle cumulative de Miner et la loi coarse-grainée de Paris. Il appartient à la même famille intellectuelle que les fiber-bundle et random-fuse models, tout en utilisant une construction plus intuitive pour faire apparaître successivement dommage local, avalanche, connectivité, fissure, distribution de durée de vie et loi macroscopique.