Détection radar par signature dynamique : DMD, micro-Doppler d'un rotor et CFAR modal

Étude pédagogique à partir d'un modèle simple d'hélicoptère, du clutter de mer et d'un traitement par blocs courts

Configuration étudiée : bande S, λ = 0,10 m, portée 4 km, PRF ≈ 3747 Hz, N = 2048 puis N = 32.

Résumé

Cette étude explore une idée simple : remplacer, ou plutôt compléter, la détection radar fondée sur un seuil d'amplitude par une détection multiparamètres fondée sur la dynamique locale du signal. Un rotor est représenté par un ensemble de points brillants en rotation. Son mouvement produit une modulation de phase et donc une signature micro-Doppler. Le signal est d'abord étudié sur 2048 impulsions, puis sur des blocs courts de 32 échantillons compatibles avec une mise en œuvre temps réel. La Dynamic Mode Decomposition (DMD) est utilisée pour extraire des valeurs propres, des fréquences modales, des temps caractéristiques et des énergies modales. Le rotor est successivement plongé dans du bruit thermique puis dans un clutter de mer réaliste. Une étude Monte Carlo sur 1000 réalisations montre une migration progressive des valeurs propres lorsque le rapport rotor/clutter K varie de -6 à +6 dB. Cette observation conduit à proposer un CFAR modal : les cases adjacentes ne servent plus seulement à estimer un niveau de puissance, mais un modèle statistique de la dynamique du clutter. La cellule sous test est comparée à ce modèle dans un espace de caractéristiques. La DMD devient ainsi une couche de représentation dynamique, tandis qu'une FFT ou une projection Fourier ciblée reste disponible après détection pour estimer amplitude et fréquence.

Point de méthode — La chaîne proposée dans ce document est une architecture de recherche. Les simulations montrent la séparabilité de signatures dynamiques, mais une validation opérationnelle exigerait encore des courbes Pd/Pfa, des essais sur données radar mesurées, l'étude des clutter non homogènes et une comparaison systématique à des CFAR de référence.

Plan du document

Préambule. La DMD : lire une dynamique par son spectre propre

1. Le problème : détecter une dynamique et pas seulement une amplitude

2. Configuration radar et modèle simple du rotor

3. Signal sur 2048 échantillons : I, Q et autospectre

4. Temps de corrélation et reconstruction de l'espace des phases

5. DMD du rotor à +6 dB au-dessus du bruit thermique

6. Passage à N = 32 et superposition au clutter

7. Comparaison clutter seul / hélicoptère seul / mélange

8. Variation déterministe de K de -6 à +6 dB

9. Monte Carlo 1000 rejeux : phases et géométrie

10. Du seuil d'amplitude au CFAR modal

11. Estimation de l'amplitude par FFT ou projection ciblée

12. Architecture complète de traitement radar

13. Faisabilité temps réel

14. Bibliographie commentée et positionnement de l’approche

15. Conclusion et programme de validation

Préambule — La DMD : lire une dynamique par son spectre propre

La Dynamic Mode Decomposition (DMD) est aujourd'hui utilisée bien au-delà de son domaine historique, la mécanique des fluides. Son intérêt vient d'une idée très générale : une série temporelle complexe peut être regardée non seulement comme une succession d'amplitudes, mais comme la trace d'une dynamique organisée. La DMD cherche alors à extraire, directement à partir des données, les structures cohérentes qui portent cette dynamique, leurs fréquences, leurs taux de croissance ou de décroissance, leur persistance et leur importance modale. Cette manière de poser le problème explique que la méthode ait trouvé des applications en turbulence, en aérodynamique, dans les réseaux électriques, les parcs éoliens, le diagnostic de défauts, l'analyse des vibrations, les neurosciences, la géophysique, la vidéo, la robotique et, plus largement, le machine learning scientifique.

La DMD occupe ainsi une position intermédiaire entre plusieurs outils classiques de la data science. Une PCA ou une POD répond principalement à la question : où se trouve la variance ? Une transformée de Fourier répond : quelles fréquences sont présentes ? La DMD ajoute une question dynamique : quelle structure évolue, à quelle fréquence, avec quelle persistance et avec quelle importance ? Elle réalise donc simultanément une décomposition spatiale ou d'état et une description temporelle, ce qui la rend particulièrement intéressante lorsque l'on cherche à distinguer une composante faible mais cohérente d'un fond complexe.

Au cœur de la méthode se trouve une reformulation simple. À partir d'un vecteur d'état ou d'un vecteur reconstruit par retards, on cherche un opérateur linéaire effectif qui transporte au mieux l'état d'un instant au suivant :

$$Z_{n+1} \approx AZ_n$$

Il ne s'agit pas nécessairement d'affirmer que le système physique réel est linéaire. L'opérateur A est plutôt un modèle local ou effectif de l'évolution dans l'espace d'observables choisi. Toute l'analyse se déplace alors vers le spectre de cet opérateur. Les modes DMD sont les vecteurs propres de A et leurs valeurs propres décrivent la dynamique temporelle associée :

$$A\varphi_j = \mu_j \varphi_j$$

Chaque valeur propre peut s'écrire sous forme polaire :

$$\mu_j = |\mu_j| e^{i\theta_j}$$

Cette écriture donne immédiatement une lecture physique. Le module |μ_j| renseigne sur la croissance, la décroissance ou la persistance du mode ; l'angle θ_j renseigne sur sa rotation dynamique et donc sur sa fréquence. Pour un pas temporel Δt, on peut associer au mode une fréquence et, lorsque |μ_j|<1, un temps caractéristique de décroissance :

$$f_j = \frac{\theta_j}{2\pi\Delta t}$$

$$\tau_j = -\frac{\Delta t}{ln(|\mu_j|)}$$

À ces deux informations s'ajoute l'amplitude modale b_j, à partir de laquelle on peut construire une mesure d'importance ou d'énergie modale. La DMD ne produit donc pas seulement une fréquence, mais un

ensemble cohérent de paramètres : position de la valeur propre dans le plan complexe, temps caractéristique, fréquence et poids modal. C'est précisément ce caractère multiparamètres qui sera exploité dans la chaîne radar étudiée dans ce document.

La portée de cette représentation devient encore plus claire lorsque le système n'est pas stationnaire. Dans ce cas, il est plus juste de considérer que l'opérateur effectif lui-même évolue :

$$A = A(t)$$

$$\mu_j = \mu_j(t)$$

Le problème ne consiste alors plus à identifier une fois pour toutes un spectre modal fixe, mais à suivre un spectre propre évolutif. Une série temporelle peut être remplacée conceptuellement par une trajectoire dans un espace modal :

$$x(t) \rightarrow \{\mu_j(t), \varphi_j(t), E_j(t)\}$$

Cette vision rapproche la DMD de l'analyse modale des structures mécaniques. Lorsqu'une structure se dégrade, certaines fréquences propres, certains amortissements ou certains modes se déplacent. Avec la DMD, la « structure » observée peut être beaucoup plus abstraite : un écoulement turbulent, un réseau électrique, un signal biologique, un champ de vent, un fond vidéo ou un clutter radar. Dans tous les cas, un changement de régime, une instabilité, un défaut ou l'apparition d'une nouvelle composante cohérente peut se manifester par une modification du spectre propre estimé à partir des données.

C'est dans ce sens que la DMD est devenue une méthode générale de science des données dynamiques et qu'elle est aujourd'hui souvent interprétée comme une approximation numérique de l'opérateur de Koopman. L'idée n'est plus de linéariser directement les équations non linéaires du système, mais de rechercher un espace d'observables dans lequel l'évolution devient approximativement linéaire. Cette perspective explique les liens actuels entre DMD, Koopman learning, modèles réduits, autoencodeurs et méthodes d'identification dynamique.

Dans le problème radar qui nous intéresse, cette lecture prend une forme particulièrement intuitive. Le clutter seul définit un spectre modal de référence. L'apparition d'une cible ne se traduit plus seulement par une augmentation d'amplitude : elle peut provoquer le déplacement de certaines valeurs propres, l'apparition d'une paire complexe conjuguée, l'augmentation de leur module ou de leur énergie. Une cible lente peut se manifester par un mode persistant proche de l'axe réel ; une composante oscillatoire rapide par une paire complexe ; l'augmentation du niveau de la cible par une migration progressive des valeurs propres et une concentration croissante de l'énergie modale.

La détection peut dès lors être reformulée : il ne s'agit plus uniquement de détecter une anomalie d'amplitude, mais de détecter une anomalie dans l'évolution du spectre propre. Cette reformulation est au cœur du CFAR modal proposé plus loin : les cases adjacentes servent à apprendre le comportement dynamique local du clutter, et la case sous test est comparée à cette référence dans un espace de caractéristiques construit à partir des valeurs propres, des temps caractéristiques, des fréquences et des énergies modales.

Cette généralité ne doit cependant pas masquer les limites de la DMD standard. Elle reste une approximation linéaire dans l'espace d'observables choisi et sa qualité dépend du bruit, du nombre d'échantillons, du choix des retards et de la pertinence de la reconstruction de l'état. Ces limites ont conduit au développement de nombreuses variantes — Hankel-DMD, optimized DMD, total-least-squares

DMD, streaming DMD et méthodes Koopman apprises — qui cherchent à améliorer la robustesse, le traitement de données bruitées, la non-stationnarité ou l'exécution en ligne. Elles sont particulièrement pertinentes pour une chaîne radar temps réel.

Ainsi, l'idée directrice de ce document peut être résumée simplement : repérer dans des données complexes ce qui possède une dynamique cohérente, puis suivre cette cohérence à travers l'évolution du spectre propre. Le modèle de rotor et les simulations radar qui suivent constituent un laboratoire pédagogique pour rendre cette idée concrète, depuis la construction du signal I,Q jusqu'à la proposition d'une architecture temps réel de détection multiparamètres.

1. Le problème : détecter une dynamique et pas seulement une amplitude

Dans une chaîne radar classique, la détection est souvent structurée autour d'une comparaison entre une amplitude ou une puissance mesurée dans une cellule sous test et un seuil adapté au clutter local. Cette logique est extrêmement efficace, mais elle privilégie une information scalaire : combien d'énergie est présente ? Or certaines cibles faibles ne se distinguent pas seulement par leur niveau ; elles possèdent une organisation temporelle particulière.

Un rotor en est un bon exemple. La somme des contributions de points brillants tournants peut être de faible niveau devant le clutter, mais elle porte des temps caractéristiques, des périodicités et une cohérence modale. L'idée défendue ici est donc de déplacer le problème : au lieu de chercher uniquement un excès d'amplitude, chercher une dynamique locale différente de celle du clutter environnant.

$$détection\ classique : \ P_CUT \ > \ T_CFar$$

$$détection\ proposée : \ Z_CUT \ \ différent\ du\ modèle\ dynamique\ local\ du\ clutter$$

La DMD est particulièrement adaptée à cette reformulation parce qu'elle approxime l'évolution du signal par un opérateur linéaire local dont les valeurs propres résument croissance ou décroissance, oscillation et persistance. La détection devient alors multiparamètres.

2. Configuration radar et modèle simple du rotor

2.1. Paramètres radar

Paramètre	Valeur
Longueur d'onde λ	0,10 m
Portée étudiée	4 km
Hauteur radar	15 m
Distance ambiguë choisie	80 km
PRI	≈ 266,85 µs
PRF	≈ 3747,4 Hz
Fenêtre longue	2048 échantillons
Fenêtre courte	32 échantillons

2.2. Rotor comme ensemble de points brillants

Le rotor est modélisé comme douze points brillants répartis sur quatre pales, avec trois rayons représentatifs par pale. Le rayon maximal retenu est R = 0,5 m et la vitesse de rotation 300 tr/min. Des

fluctuations aléatoires des amplitudes, des azimuts et des phases initiales représentent la variabilité géométrique de la réflexion radar.

$$\Omega \;=\; 2\pi \;\times\; rpm \,/\, 60$$

$$x_r, m(t) \;=\; R_m \, cos(\Omega \, t \;+\; \psi_m)$$

$$\varphi_m(t) \;=\; \varphi_0, m \;+\; (4\pi/\lambda) \, R_m \, cos(\Omega \, t \;+\; \psi_m)$$

$$s_rotor(t) \;=\; \Sigma_m \, a_m \, exp(j \, \varphi_m(t))$$

Cette écriture est importante : la vitesse ne doit pas être introduite directement dans la phase. C'est le déplacement radial qui module la phase, et sa dérivée produit le micro-Doppler instantané.

$$v_r, m(t) \;=\; -\; R_m \, \Omega \, sin(\Omega \, t \;+\; \psi_m)$$

$$f_D, m(t) \;=\; 2 \, v_r, m(t) \,/\, \lambda$$

Avec R = 0,5 m, la vitesse de bout de pale vaut environ 15,7 m/s et l'extension micro-Doppler théorique maximale environ ±314 Hz. Elle reste très inférieure à la PRF, ce qui évite ici un repliement Doppler majeur.

3. Signal sur 2048 échantillons : voies I, Q et autospectre

On commence par observer le rotor sur 2048 PRI. Le bruit thermique complexe est circulaire gaussien. Le rotor est normalisé puis placé à +6 dB par rapport au bruit thermique. Avant l'analyse modale, les composantes continues sont retirées séparément sur les voies I et Q.

$$I'(n) \;=\; I(n) \;-\; \bar{I}$$

$$Q'(n) \;=\; Q(n) \;-\; Q$$

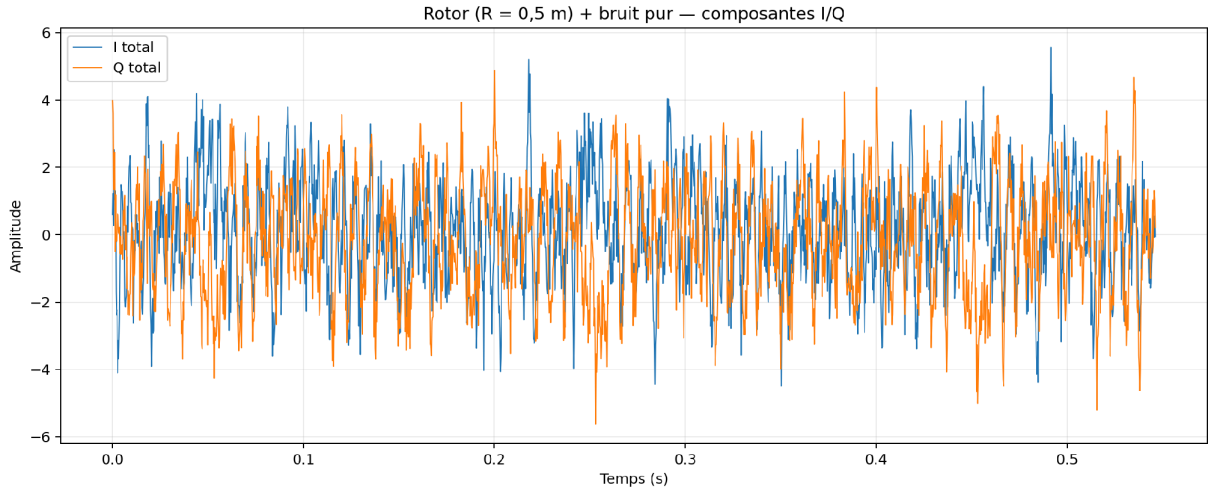


Figure 1 — Signal complexe rotor R = 0,5 m + bruit thermique sur 2048 échantillons.

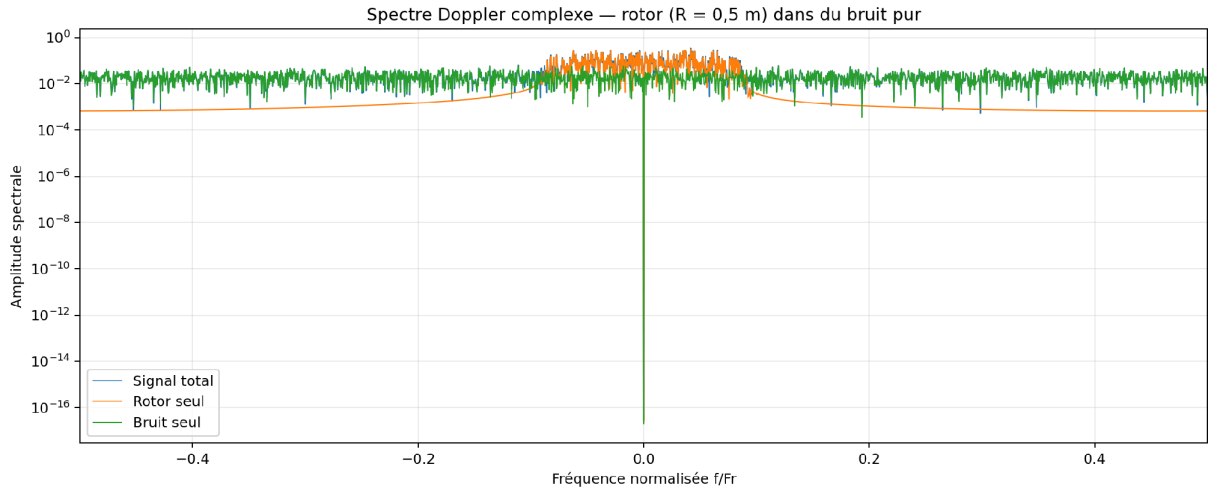


Figure 2 — Autospectre / spectre Doppler du signal rotor + bruit thermique. La structure du rotor s'étale dans une bande micro-Doppler nettement plus large qu'une simple raie.

Le spectre rappelle une propriété essentielle du rotor : il ne se réduit pas à une fréquence Doppler unique. La rotation de plusieurs points brillants crée une modulation de phase multicomposante. Une FFT est donc informative, mais la structure temporelle peut être mieux décrite par des modes dynamiques.

4. Temps de corrélation et reconstruction de l'espace des phases

Pour construire une représentation retardée du signal, on calcule l'autocorrélation normalisée de l'observable scalaire x = (I + Q)/√2. Le retard τ est pris comme le premier passage de l'autocorrélation sous 1/e. Sur la réalisation étudiée, τ = 5 échantillons, soit environ 1,334 ms.

$$R_x(k) = E[(x_n - \bar{x})(x_\{n+k\} - \bar{x})] / \sigma_x^2$$

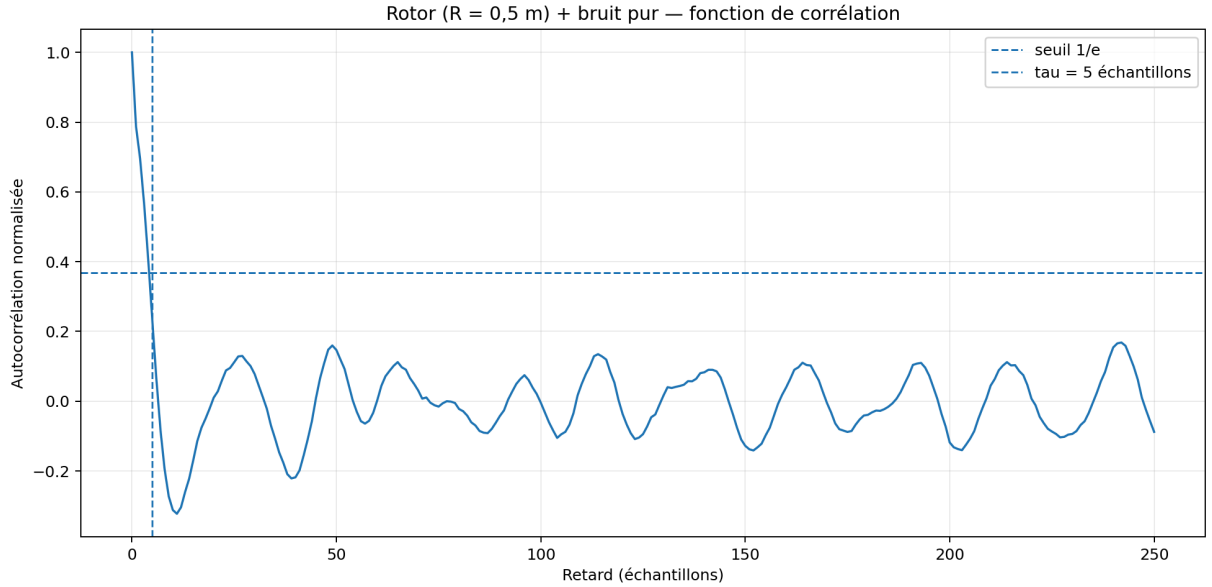


Figure 3 — Fonction d'autocorrélation normalisée du rotor dans le bruit thermique. Le premier passage sous 1/e conduit ici à τ = 5.

L’espace des phases est ensuite reconstruit par coordonnées retardées. En dimension 3 :

$$z_n \;=\; [\, x_n\,,\; x_\{n \,+\, \tau\}\,,\; x_\{n \,+\, 2\tau\}\,]^{\mathrm{T}}$$

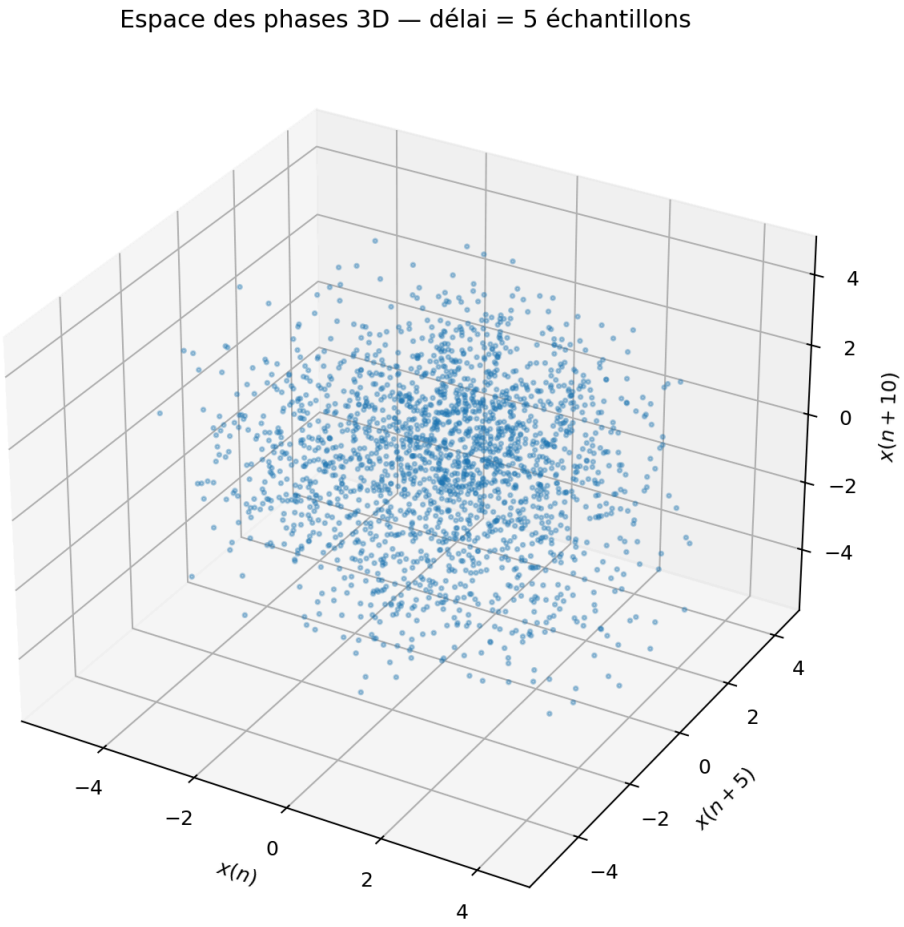


Figure 4 — Reconstruction 3D de l’espace des phases du signal rotor + bruit. Le nuage reste diffus à cause du bruit, mais une organisation dynamique subsiste.

Cette étape n’a pas pour but d’affirmer l’existence d’un attracteur déterministe. Elle fournit un espace d’état effectif de faible dimension, adapté à la DMD. Sur 32 échantillons, l’estimation de τ reste faisable mais devient bruitée ; en temps réel, il sera préférable de la borner, de la lisser ou de la mettre à jour sur une fenêtre plus longue que celle utilisée pour la DMD.

5. DMD du rotor à +6 dB au-dessus du bruit thermique

La DMD cherche un opérateur A tel que l’état retardé avance approximativement d’un échantillon selon :

$$z_\{n \,+\, 1\} \;\approx\; A\, z_n$$

On forme les matrices de snapshots X et Y, puis :

$$A \;=\; Y\, X^{+}$$

$$A\, \varphi_j \;=\; \mu_j\, \varphi_j$$

Une valeur propre complexe s'écrit μ_j = |μ_j| exp(jθ_j). Son angle fournit une fréquence et son module une persistance :

$$f_j \;=\; \theta_j \,/\, (2\pi\,\Delta t)$$

$$T_j \;=\; -\,\Delta t \,/\, ln|\mu_j|$$

Pour comparer les modes, on utilise une énergie modale de représentation :

$$E_j \;=\; |b_j|^2\,\Sigma_\{n\,=\,0\}\hat{}\{L\,-\,1\}\,|\mu_j|\hat{}\{2n\}$$

Cette grandeur n'est pas une énergie électromagnétique au sens strict. Elle pondère l'amplitude d'un mode par sa persistance sur la fenêtre.

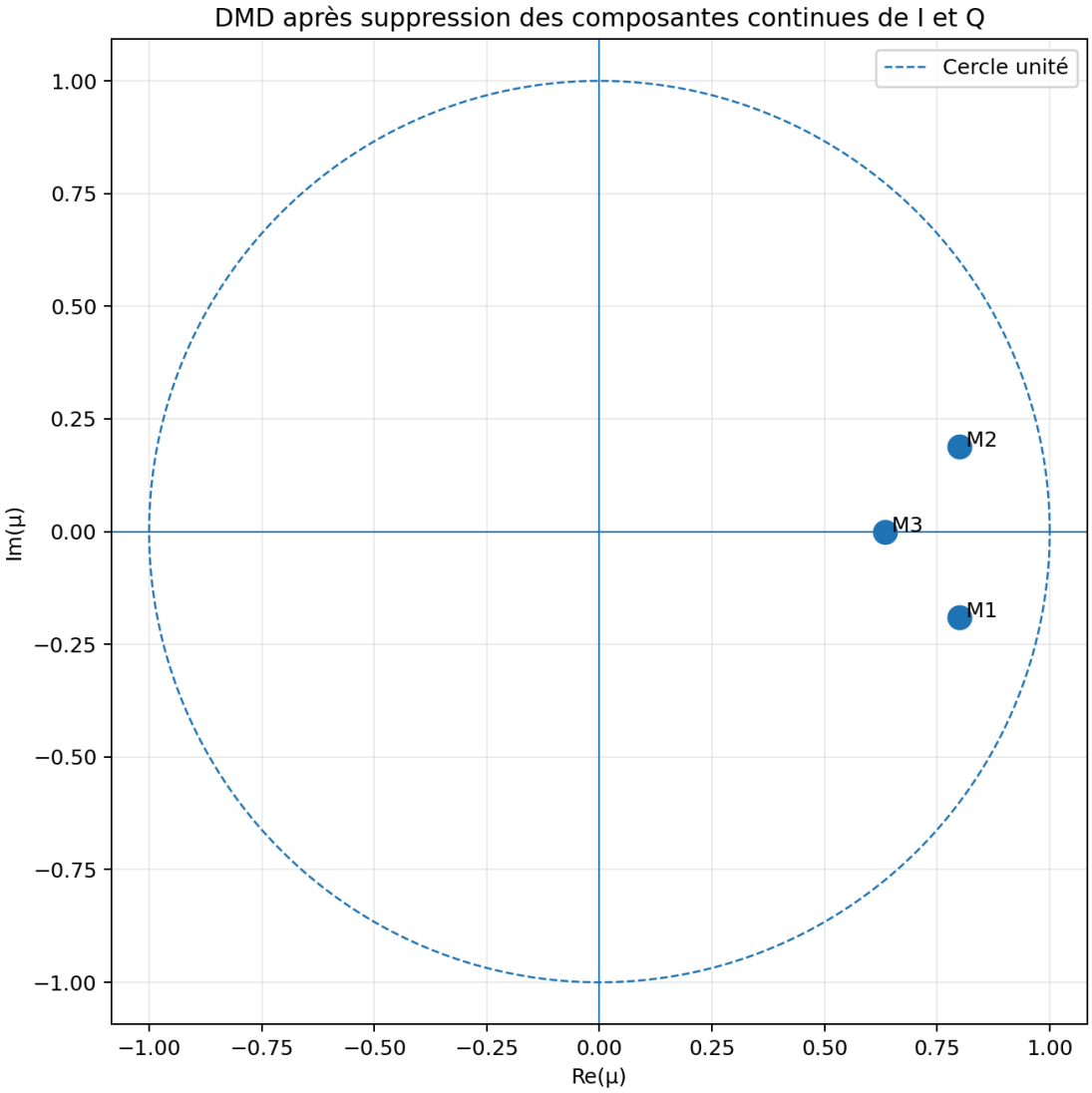


Figure 5 — Valeurs propres DMD du rotor + bruit après retrait des composantes continues.

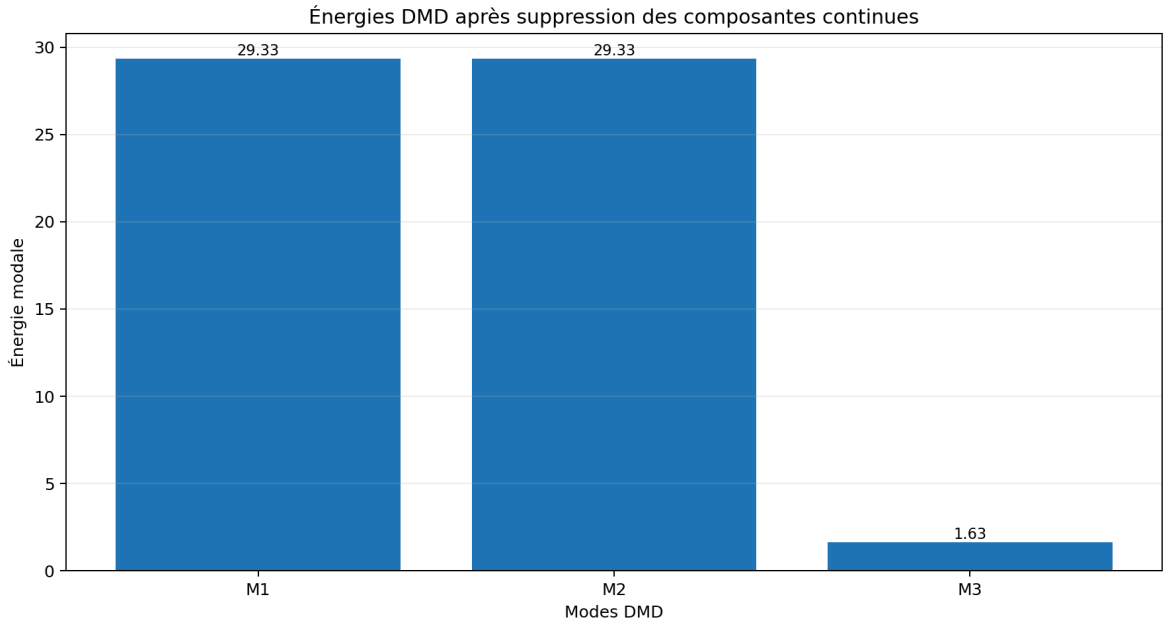


Figure 6 — Énergies modales associées. La paire conjuguée porte environ 97,3 % de l'énergie modale totale.

Dans cette réalisation, la paire dominante est proche de μ = 0,799 ± j0,190, de module environ 0,821. Elle correspond à une fréquence DMD proche de ±139 Hz. Cette fréquence ne doit pas être identifiée à la fréquence mécanique de rotation : elle représente l'un des modes dominants de la modulation micro-Doppler dans l'observable et la fenêtre choisies.

6. Passage à N = 32 et superposition au clutter

L'objectif opérationnel est un traitement court. Avec PRF ≈ 3747 Hz, 32 échantillons correspondent à seulement 8,54 ms. Le rotor, après suppression de sa composante continue, est superposé au clutter de mer et placé à K dB relativement au clutter. Le premier exemple utilise K = +6 dB.

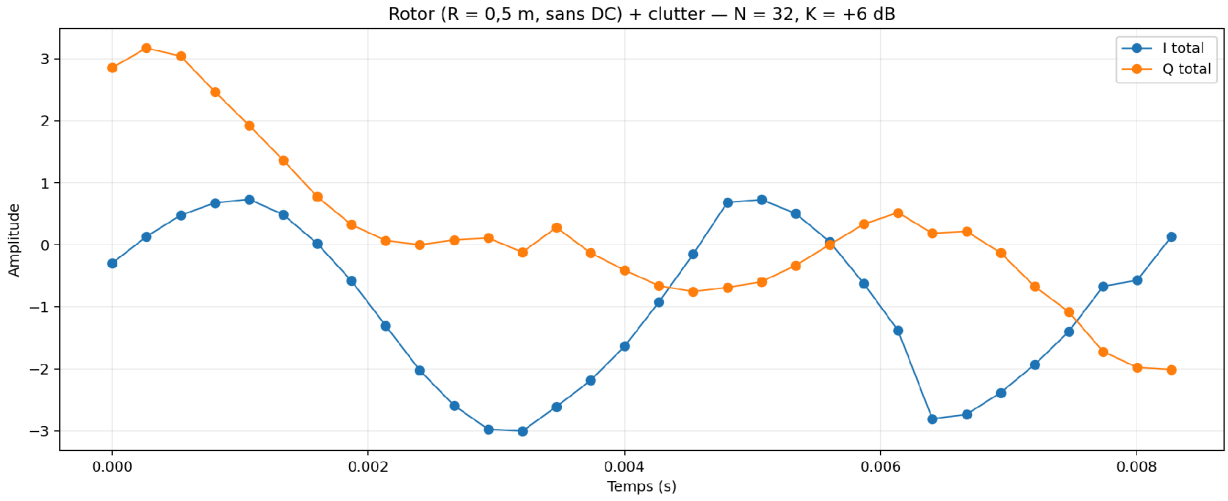


Figure 7 — Voies I et Q sur 32 échantillons pour le signal clutter + rotor à K = +6 dB.

Sur cette fenêtre courte, un retard commun τ = 4 est retenu pour la comparaison. La DMD fournit une paire conjuguée de module proche de 0,929 et une fréquence modale proche de ±197 Hz. Les deux modes conjugués portent environ 96,3 % de l'énergie modale.

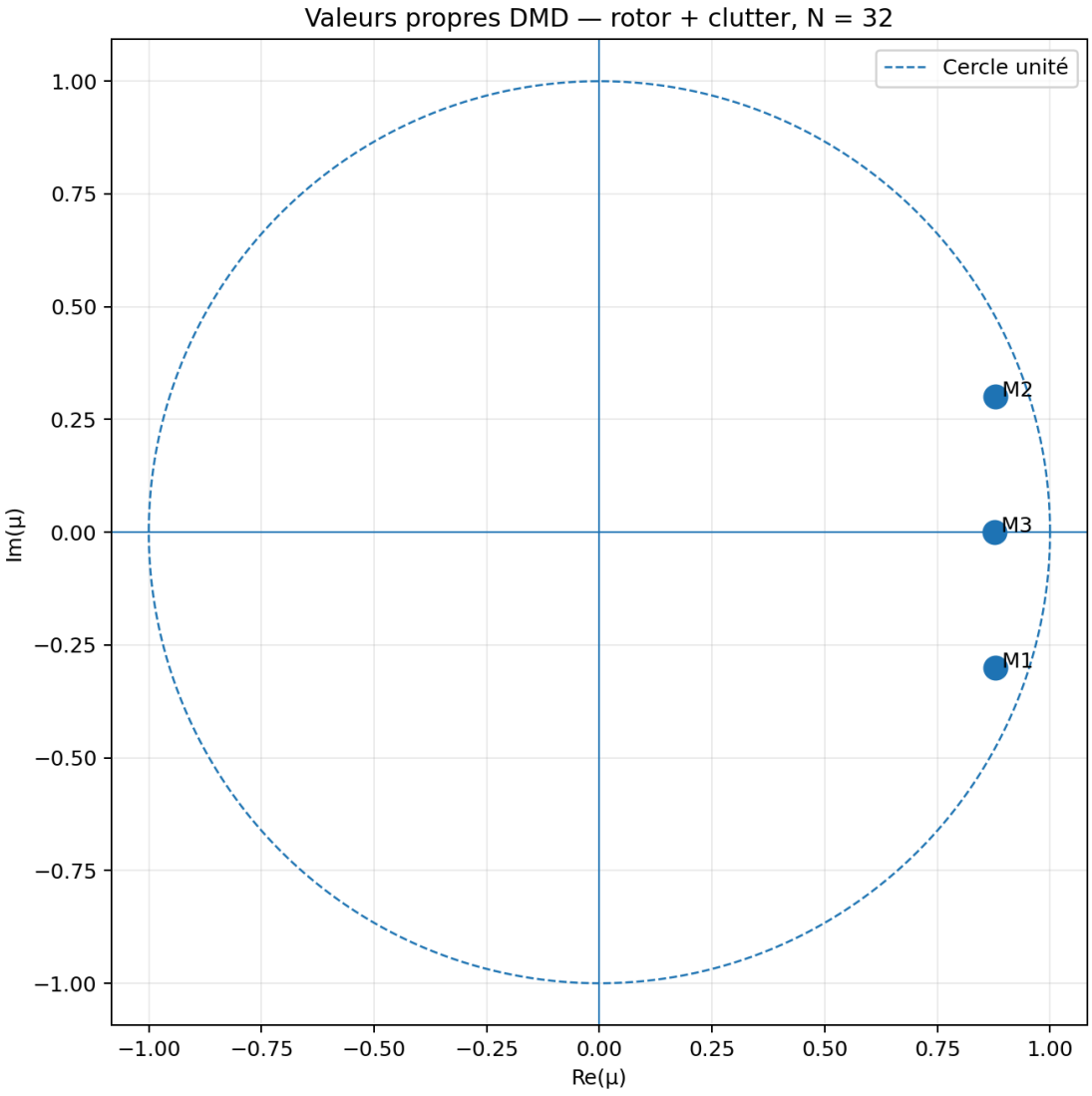


Figure 8 — Valeurs propres DMD sur 32 échantillons, clutter + rotor à +6 dB.

7. Comparaison clutter seul / hélicoptère seul / clutter + hélicoptère

La comparaison sur un même cercle unité permet de visualiser la logique de détection. Le clutter seul occupe une zone plus intérieure, tandis que le rotor seul produit une paire conjuguée plus proche du cercle unité. Le mélange se place entre ces deux comportements.

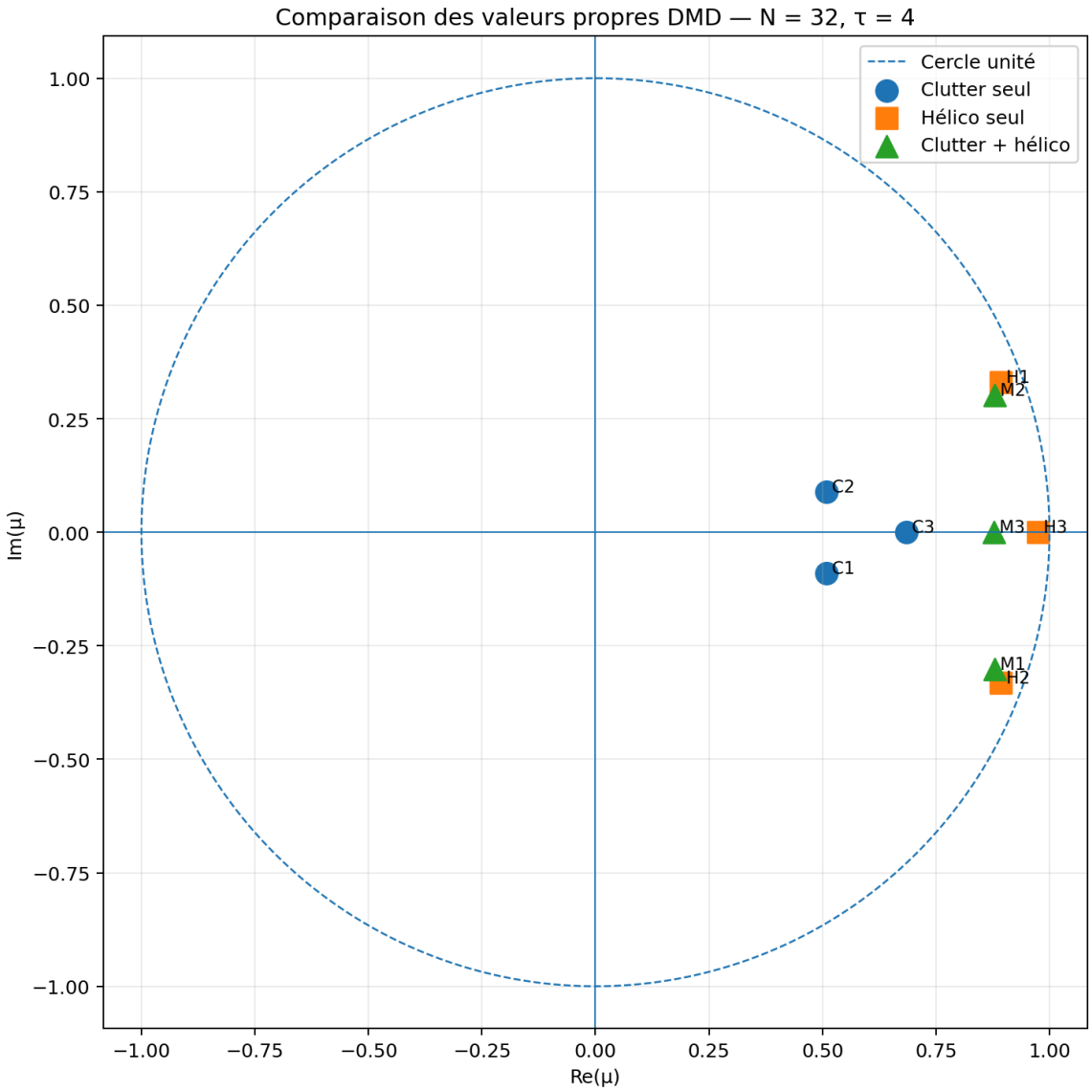


Figure 9 — Superposition des valeurs propres DMD : clutter seul, rotor seul et clutter + rotor, N = 32, τ = 4.

Cas	max |μ|	Σ |μ|²	Emax
clutter seul	0.684	1.002	0.169
helico seul	0.974	2.763	43.895
clutter plus helico	0.929	2.498	31.262

Cette image suggère un détecteur fondé sur une distance dans l'espace modal : présence d'une paire conjuguée, module, angle, énergie, temps de décroissance. Un seul paramètre ne suffit pas toujours ; l'intérêt vient de leur combinaison.

8. Variation déterministe de K de -6 à +6 dB

Pour une réalisation fixe de la mer et du rotor, K est balayé de -6 à +6 dB par pas de 2 dB. Les valeurs propres du mélange migrent progressivement du domaine du clutter vers celui du rotor.

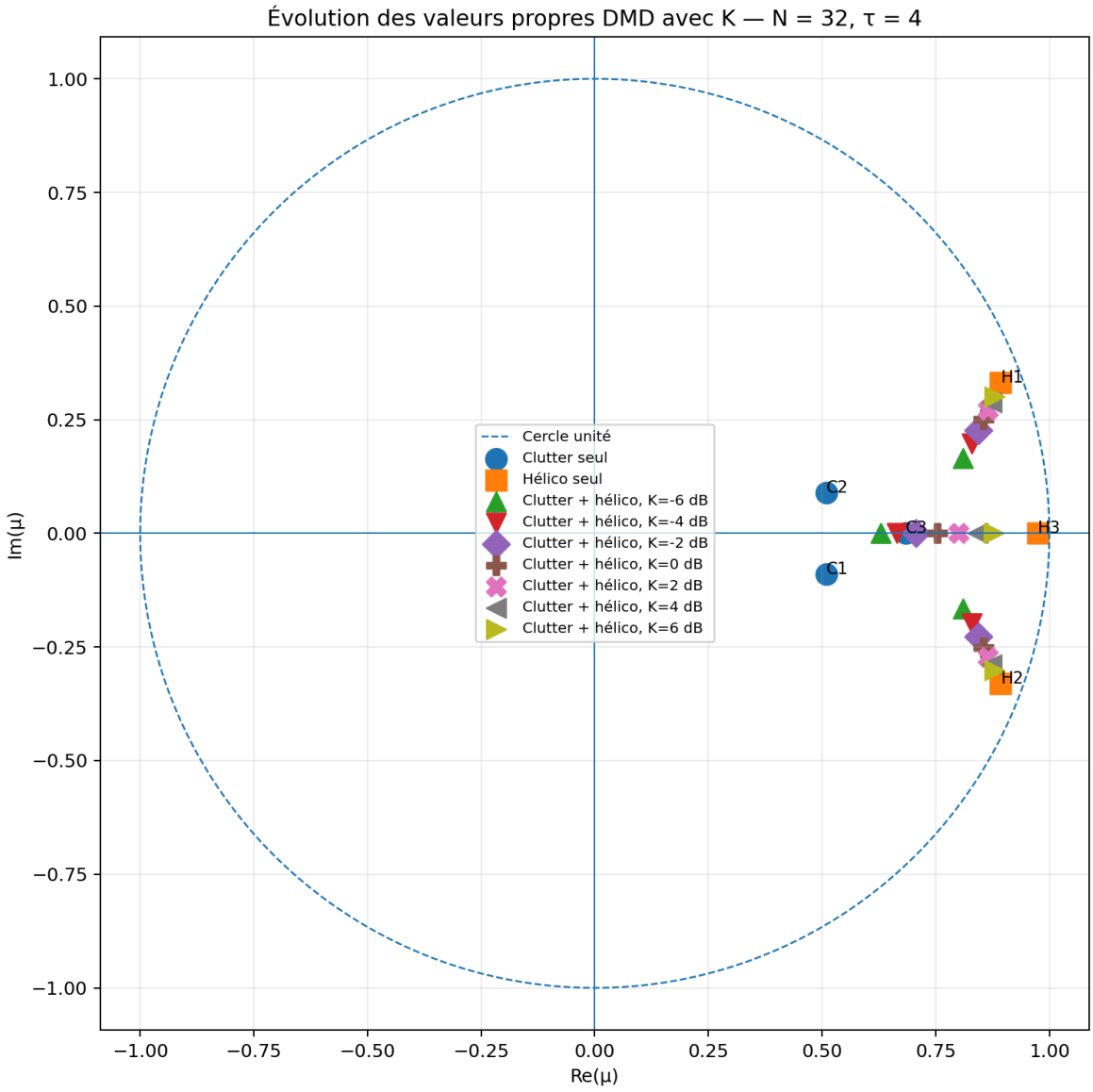


Figure 10 — Évolution des valeurs propres DMD pour K = -6, -4, -2, 0, +2, +4 et +6 dB.

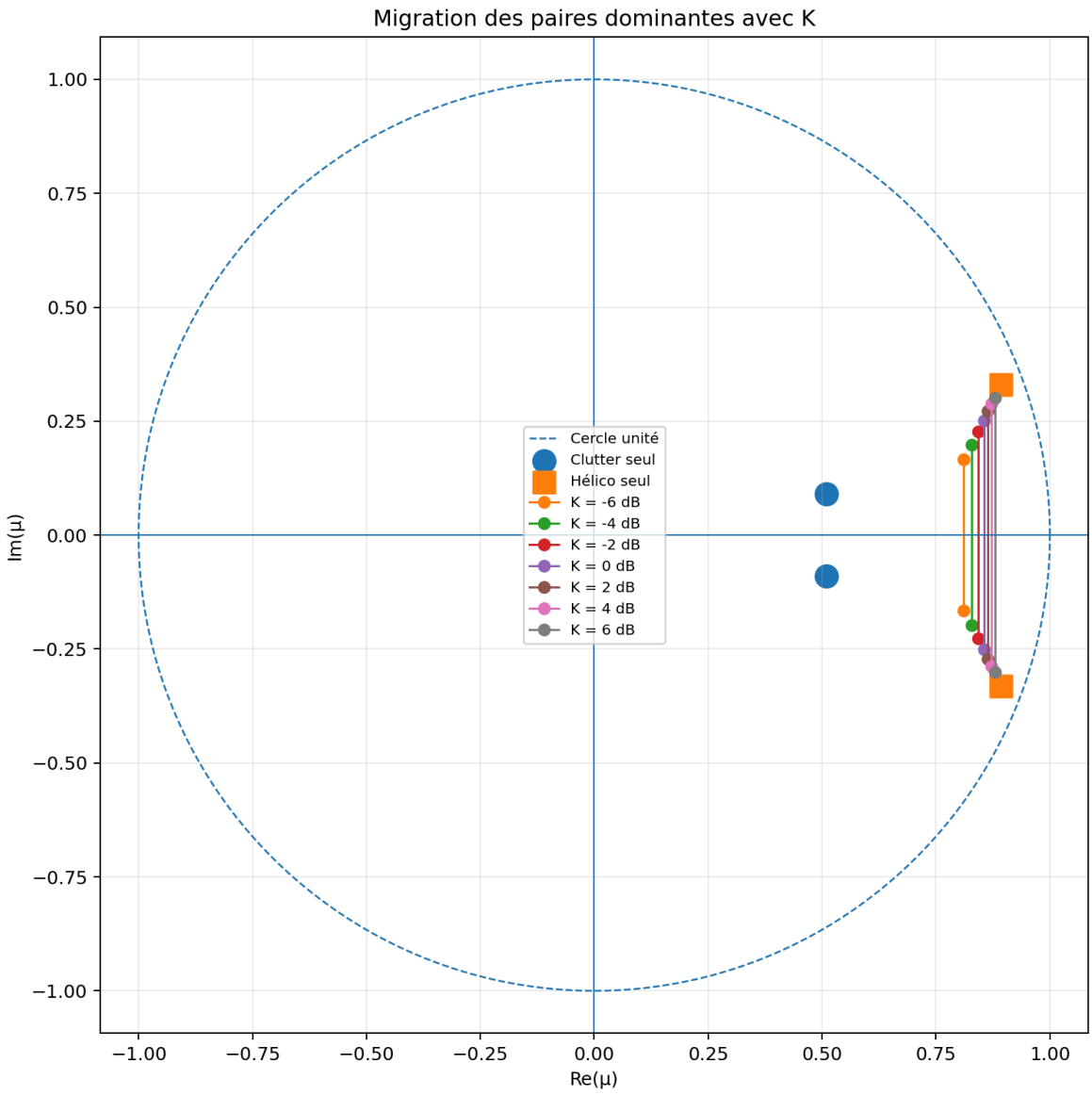


Figure 11 — Vue simplifiée de la migration de la paire complexe dominante avec K.

Cette trajectoire régulière est une première indication de séparabilité. Elle ne constitue cependant pas une courbe de performance : une réalisation unique peut être favorable. Il faut donc randomiser les phases et la géométrie.

9. Monte Carlo 1000 rejeux : phases du rotor, géométrie et phases de la mer

L'étude Monte Carlo utilise 1000 rejeux pour chaque niveau K. À chaque rejeu, les phases initiales des points brillants du rotor, de petits écarts de position/rayon, les amplitudes relatives, les phases du clutter ainsi qu'une variation de géométrie locale de mer sont modifiés. Cette randomisation cherche à tester la stabilité statistique de la signature plutôt qu'une configuration particulière.

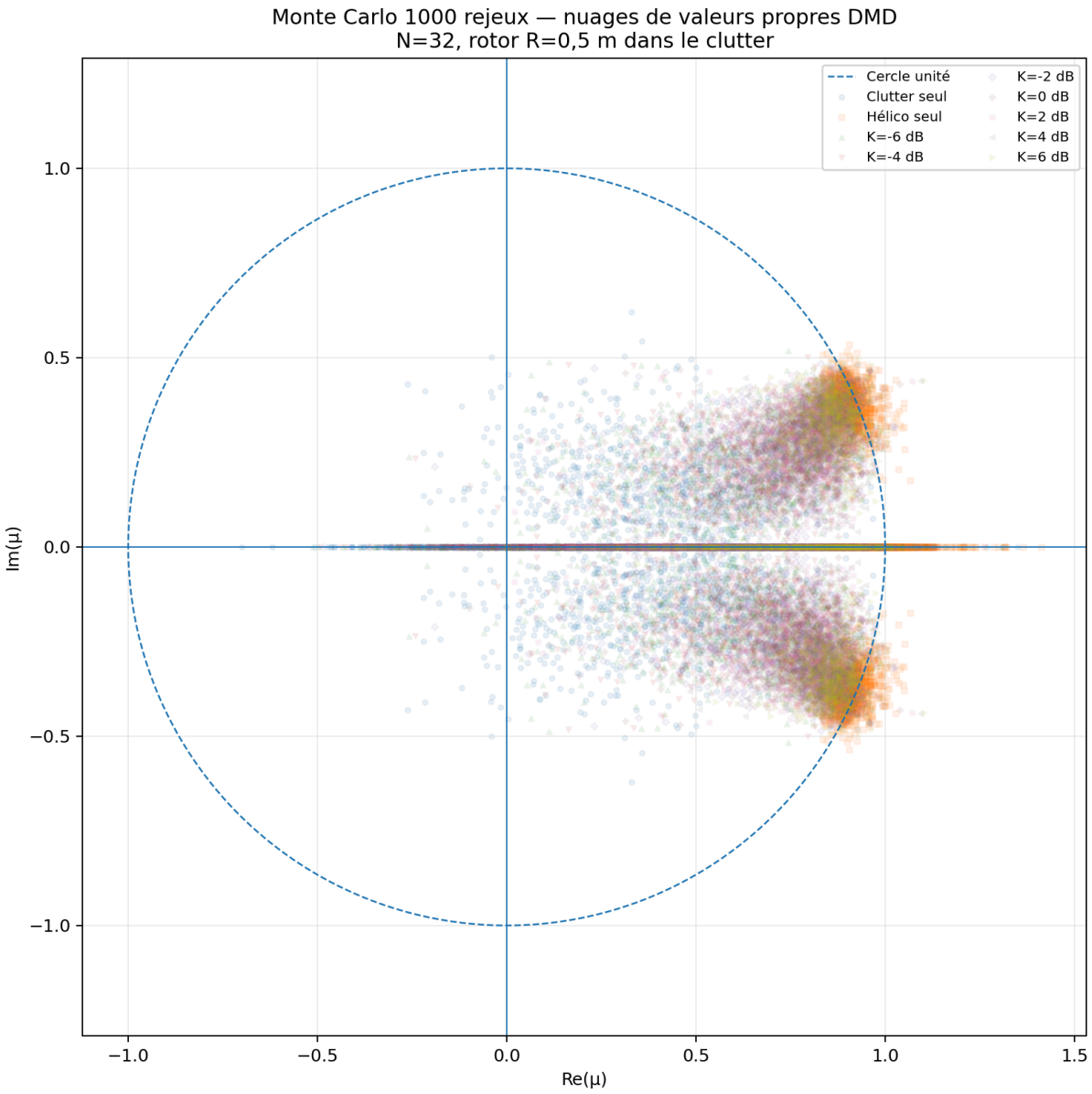


Figure 12 — Nuages de toutes les valeurs propres DMD pour 1000 rejeux et chaque niveau K.

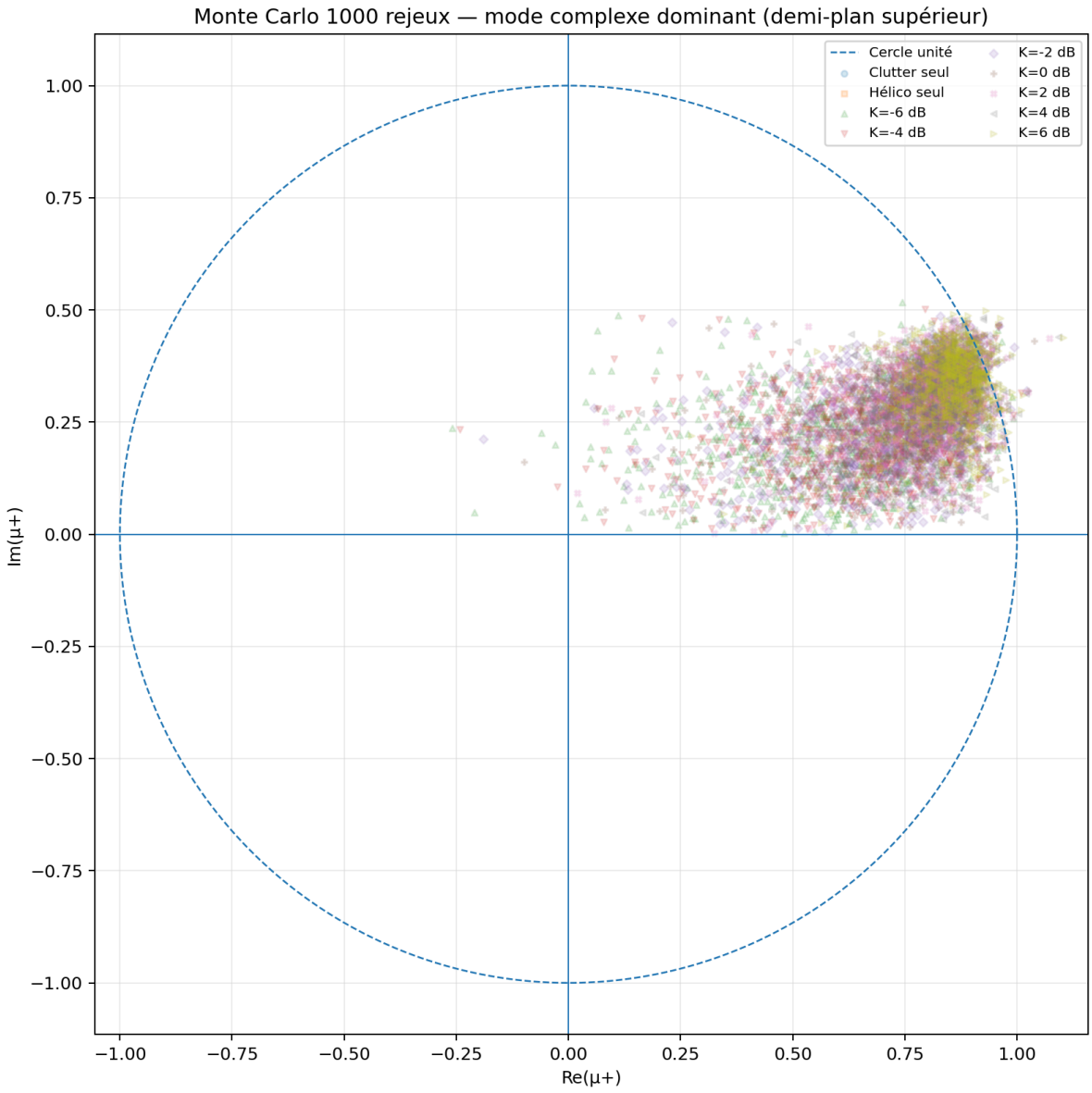


Figure 13 — Nuages du mode complexe dominant dans le demi-plan supérieur. La dispersion est importante mais la population se déplace avec K.

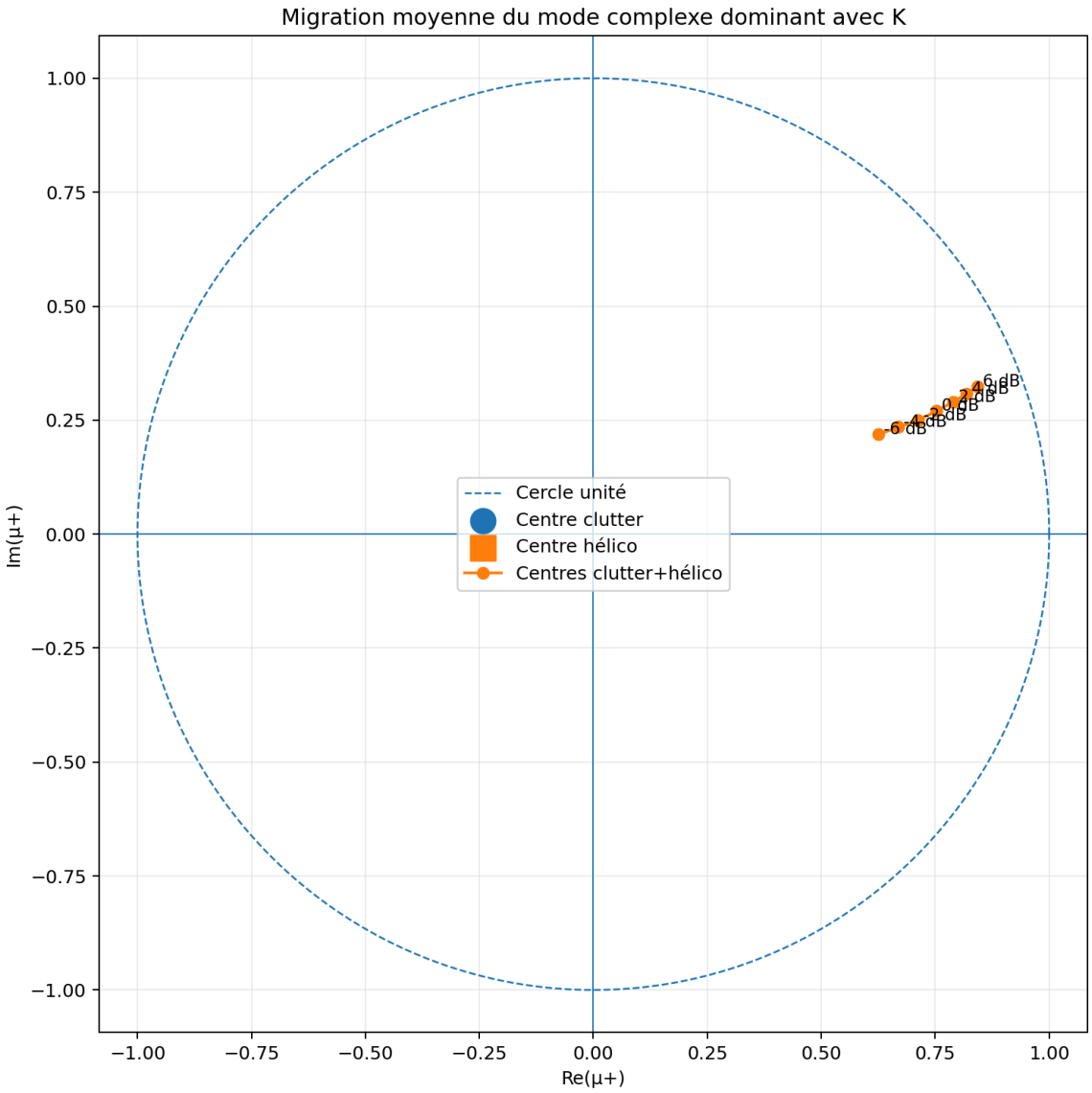


Figure 14 — Migration moyenne du centre de la paire dominante lorsque K augmente.

Cas / K	Médiane max|μ|	5 %	95 %	Médiane Emax
clutter seul	0.566	0.247	0.865	0.655
helico seul	1.008	0.954	1.122	12.651
clutter plus helico K=-6 dB	0.719	0.369	0.939	1.289
clutter plus helico K=-4 dB	0.764	0.413	0.950	1.764
clutter plus helico K=-2 dB	0.803	0.475	0.968	2.458
clutter plus helico K=+0 dB	0.844	0.547	0.986	3.730
clutter plus helico K=+2 dB	0.879	0.622	1.001	6.554
clutter plus helico K=+4 dB	0.909	0.697	1.013	12.112

clutter plus helico K=+6 dB	0.933	0.769	1.029	22.439

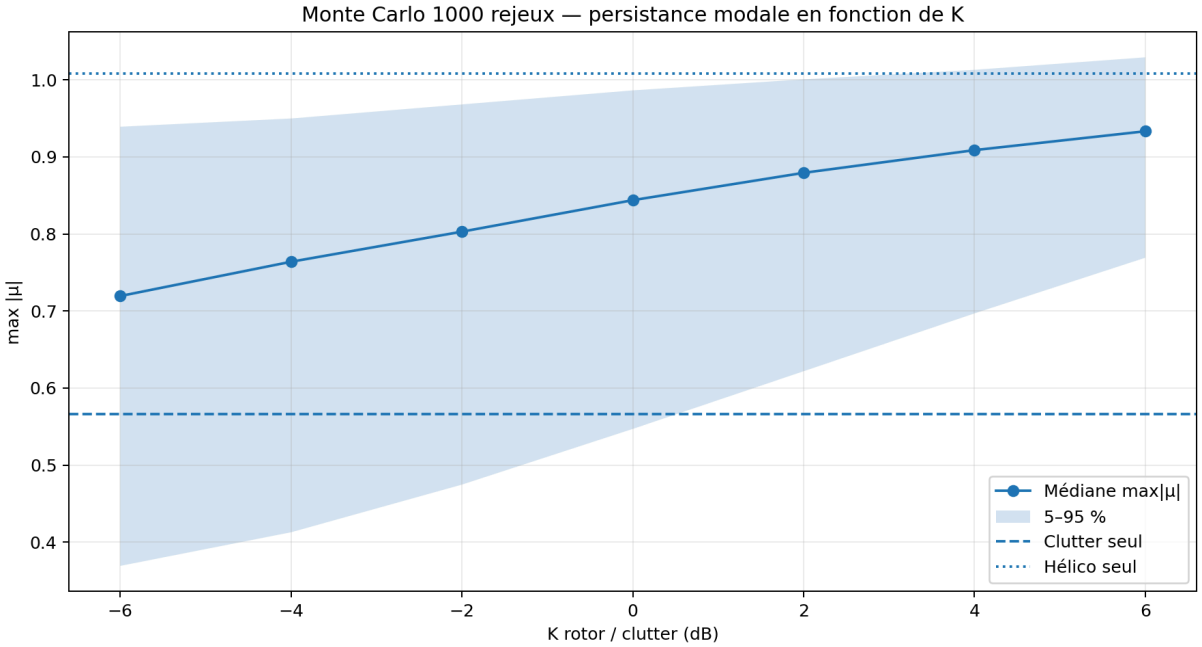


Figure 15 — Médiane de max |μ| et intervalle 5–95 % en fonction de K, avec références clutter seul et rotor seul.

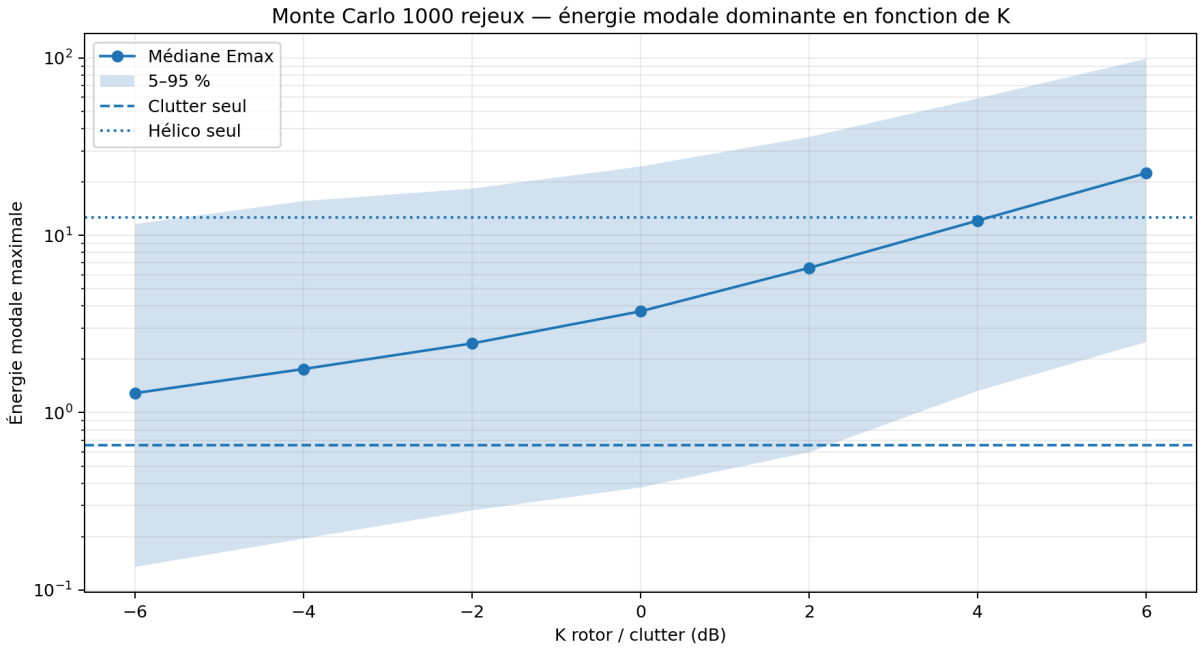


Figure 16 — Énergie modale maximale médiane en fonction de K. Échelle logarithmique.

Deux résultats ressortent. Premièrement, max|μ| augmente régulièrement avec K : sa médiane passe d'environ 0,719 à K = -6 dB à 0,933 à +6 dB, contre 0,566 pour le clutter seul. Deuxièmement, l'énergie modale dominante croît fortement : sa médiane passe de 1,29 à -6 dB à 22,44 à +6 dB, contre 0,655 pour le clutter seul.

Les bandes 5–95 % se recouvrent néanmoins aux faibles K. Cela confirme qu'un seuil unique sur max|μ| ou Emax serait insuffisant. La logique naturelle est donc multiparamètres et locale.

10. Du seuil d'amplitude au CFAR modal

Le CFAR classique utilise des cellules d'entraînement entourant la cellule sous test pour estimer le niveau de clutter et adapter le seuil. La proposition consiste à conserver cette architecture spatiale, mais à enrichir ce qui est estimé. Les cellules adjacentes ne fournissent plus seulement un niveau de puissance ; elles fournissent une distribution de caractéristiques dynamiques.

$$Z_DMD \;=\; [\, max|\mu|,\, T_max,\, f_pair,\, E_max,\, E_pair,\, dispersion,\, \ldots \,]^{\mathrm{T}}$$

Les cellules d'entraînement permettent d'estimer une moyenne et une covariance locales :

$$M_clutter \;=\; \{\, Z_C\,,\, \Sigma_C \,\}$$

La cellule sous test est ensuite comparée à cette population. Une forme simple de score est la distance de Mahalanobis :

$$D^2 \;=\; (Z_CUT \;-\; Z_C)^{\mathrm{T}}\, \Sigma_C^{-1}\, (Z_CUT \;-\; Z_C)$$

$$décision:\; D^2 \;>\; \gamma$$

Ce détecteur est un CFAR modal au sens conceptuel : le seuil doit être réglé pour conserver une probabilité de fausse alarme donnée sous le clutter local. Des versions plus élaborées peuvent utiliser un GLRT, un modèle robuste de covariance, un classifieur probabiliste ou un apprentissage supervisé. L'important est que la représentation entrée dans le détecteur contient des temps caractéristiques et des modes, pas seulement une amplitude.

Lien avec la littérature CFAR — La littérature récente sur les « CFAR feature planes » montre qu'il est possible de concevoir des détecteurs adaptatifs dans des espaces de caractéristiques plutôt que sur une seule statistique d'amplitude. Notre proposition n'est pas identique à ces travaux, mais elle s'inscrit dans la même philosophie : construire un espace de décision où le clutter et la cible occupent des régions différentes.

11. Estimation de l'amplitude : rôle de la FFT après détection

La DMD fournit une fréquence modale continue, mais elle n'est pas nécessairement le meilleur estimateur de l'amplitude radar physique. Il est donc pertinent de séparer détection et estimation. Une FFT sur 32 points possède une résolution fréquentielle de l'ordre de 117 Hz :

$$\Delta f \;=\; F_r \,/\, N \;\approx\; 3747 \,/\, 32 \;\approx\; 117\, Hz$$

Si la fréquence de la cible se trouve entre deux bins, la fuite spectrale biaise une lecture directe du pic. Une solution plus précise consiste à utiliser la fréquence issue de la DMD puis à calculer une projection Fourier à cette fréquence :

$$a_est \;=\; (1/N)\, \Sigma_\{n \;=\; 0\}\hat{}\{N \;-\; 1\}\, x[n]\, exp(-\, j\, 2\pi\, f_est\, n/F_r)$$

$$A_est \;=\; |(|a_est)\,,\;\; phi_est \;=\; arg(a_est)$$

La chaîne sépare ainsi clairement les fonctions : la DMD répond à la question « la dynamique est-elle différente du clutter local ? », tandis que la FFT ou la projection ciblée répond à « quelle amplitude et quelle fréquence faut-il attribuer à la composante détectée ? ».

12. Proposition d'une architecture complète de traitement radar

La synthèse des étapes précédentes conduit à une architecture en plusieurs couches : acquisition I/Q, prétraitement, segmentation en blocs courts, estimation de τ, embedding, DMD, extraction de caractéristiques, comparaison au modèle local du clutter, décision, puis estimation fine et suivi.

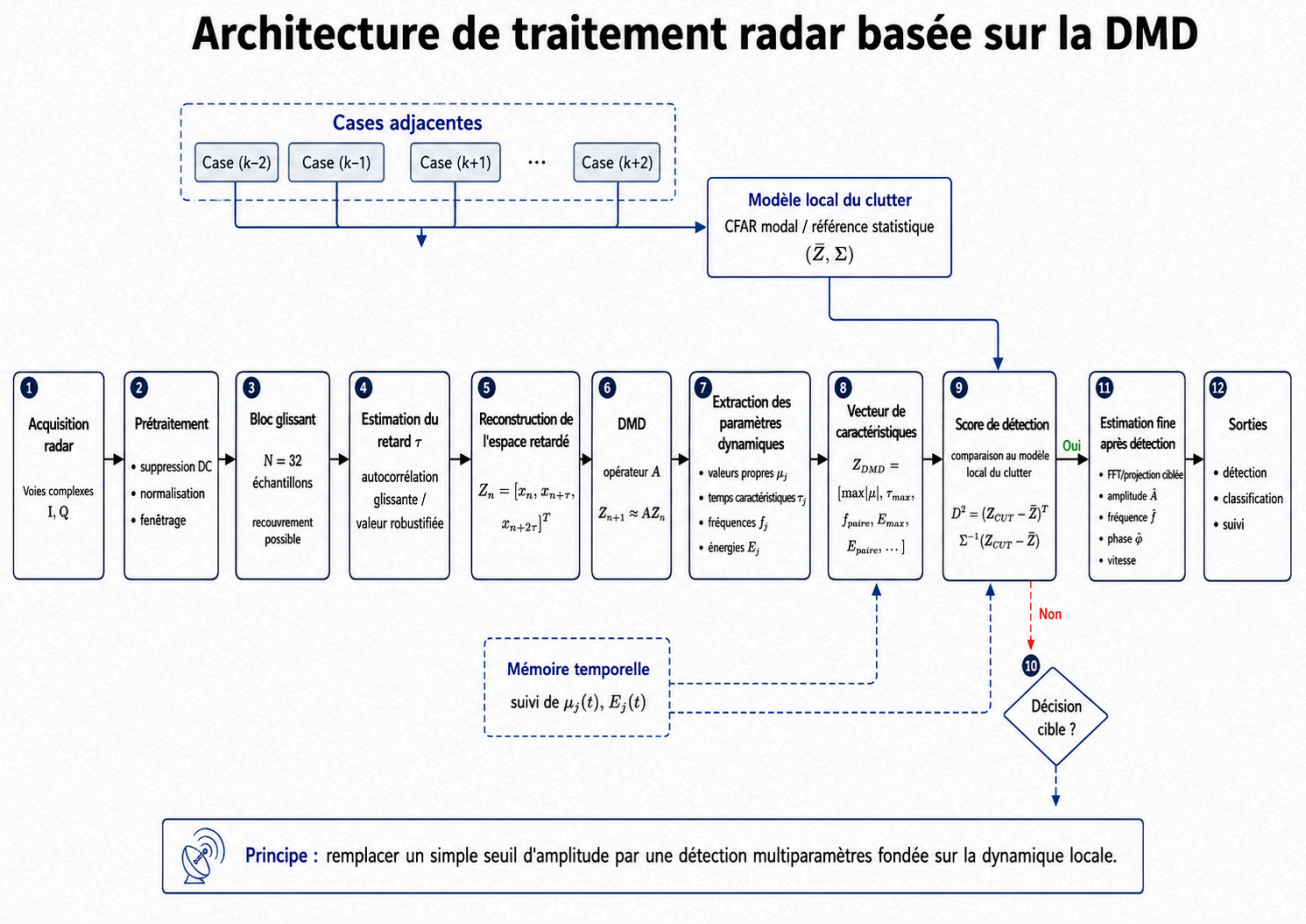


Figure 17 — Architecture proposée : chaîne radar basée sur la DMD et un modèle modal local du clutter.

Les cellules adjacentes construisent le modèle local du clutter. Une mémoire temporelle suit l'évolution des valeurs propres μ_j(t) et des énergies E_j(t), ce qui permet de confirmer une anomalie sur plusieurs blocs et de réduire les fausses alarmes ponctuelles. Après décision positive, une estimation fine par FFT ou projection ciblée produit amplitude, phase, fréquence et vitesse.

13. Faisabilité temps réel

Avec N = 32 et une PRF de 3747 Hz, un bloc couvre environ 8,54 ms. Dans l'implémentation étudiée, l'état retardé est de dimension 3 ; la matrice DMD est donc seulement 3 × 3. Le coût de la pseudo-inverse et de la décomposition spectrale est très faible sur un processeur moderne, un DSP ou un FPGA.

$$T_bloc \;=\; N \,/\, F_r \;\approx\; 32 \,/\, 3747 \;\approx\; 8{,}54\,ms$$

Avec un recouvrement, par exemple un déplacement de 8 échantillons, une nouvelle DMD peut être produite environ toutes les 2,14 ms. Pour τ, deux stratégies sont possibles : recalcul sur chaque bloc de 32 points, ou estimation plus robuste sur une fenêtre glissante plus longue et mise à jour plus lente. La seconde est préférable en présence de bruit.

$$\mu_j(t),\;\; E_j(t),\;\; T_j(t) : \; spectre\; propre\; glissant$$

Les travaux sur l'Online DMD et la Streaming DMD montrent qu'une mise à jour récursive des opérateurs est possible sans stocker tout l'historique et avec des mises à jour de faible rang. Cela renforce la crédibilité d'une implantation temps réel de la couche DMD.

14. Bibliographie commentée et positionnement de l'approche

La littérature ne décrit pas encore, à notre connaissance, exactement la chaîne proposée ici — DMD courte sur cellules radar, construction d'un vecteur de temps caractéristiques, modèle modal des cases adjacentes, CFAR dans cet espace, puis estimation d'amplitude ciblée. En revanche, chacune des briques possède des antécédents solides, et plusieurs travaux récents rapprochent directement DMD et radar.

[1] Schmid, P. J. (2010). Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. Journal of Fluid Mechanics, 656, 5–28. DOI 10.1017/S0022112010001217.

Référence fondatrice de la DMD. Elle établit l'idée d'extraire des structures cohérentes et leurs taux de croissance/décroissance et fréquences à partir de snapshots, sans modèle dynamique explicite.

[2] Tu, J. H., Rowley, C. W., Luchtenburg, D. M., Brunton, S. L., & Kutz, J. N. (2014). On Dynamic Mode Decomposition: Theory and Applications. Journal of Computational Dynamics, 1(2), 391–421.

Clarifie la DMD comme décomposition spectrale d'un opérateur linéaire approximant la dynamique et renforce le lien avec l'opérateur de Koopman. Cette lecture justifie l'interprétation des valeurs propres comme signature dynamique.

[3] Jovanović, M. R., Schmid, P. J., & Nichols, J. W. (2014). Sparsity-promoting dynamic mode decomposition. Physics of Fluids, 26, 024103.

Propose de sélectionner un petit nombre de modes dominants. Pour une chaîne embarquée, cette philosophie est importante : une décision peut s'appuyer sur quelques modes caractéristiques plutôt que sur tout le spectre.

[4] Zhang, H., Rowley, C. W., Deem, E. A., & Cattafesta, L. N. (2019). Online Dynamic Mode Decomposition for Time-Varying Systems. SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 18(3), 1586–1609. DOI 10.1137/18M1192329.

Montre qu'une DMD peut être mise à jour en ligne par mises à jour de rang 1, sans conserver l'ensemble de l'historique. C'est une référence centrale pour la faisabilité temps réel de notre architecture.

[5] Anantharamu, S., & Mahesh, K. (2019). A parallel and streaming Dynamic Mode Decomposition algorithm with finite precision error analysis for large data. Journal of Computational Physics, 380, 355–377. DOI 10.1016/j.jcp.2018.12.012.

Développe une version streaming et parallèle, avec réduction du stockage et du nombre d'opérations. Le contexte est différent du radar, mais la contribution porte directement sur l'algorithmique temps réel/flux.

[6] Liew, J., Göçmen, T., Lio, W. H., & Larsen, G. C. (2022). Streaming dynamic mode decomposition for short-term forecasting in wind farms. Wind Energy, 25(4), 719–734. DOI 10.1002/we.2694.

Application de sDMD à des données réelles multivariées et changeantes. Elle illustre la capacité de la DMD à suivre en temps réel une dynamique non stationnaire avec adaptation continue.

[7] Kale, A., Netto, M., & Zhou, X. (2025). Efficient Streaming Dynamic Mode Decomposition. IEEE Control Systems Letters, 9, 2387–2392. DOI 10.1109/LCSYS.2025.3622516.

Travail récent qui réduit encore le coût et la mémoire d'une DMD streaming en maintenant une seule base orthonormale. Il ouvre la voie à des implémentations embarquées plus économes.

[8] Chen, V. C., Li, F., Ho, S.-S., & Wechsler, H. (2006). Micro-Doppler effect in radar: phenomenon, model, and simulation study. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 42(1), 2–21. DOI 10.1109/TAES.2006.1603402.

Référence classique du micro-Doppler. Elle formalise les modulations produites par vibration, rotation, tumbling et coning, et légitime le modèle de phase employé ici pour les points brillants du rotor.

[9] Pici, C. J., Ray, A., Kompella, S., & Narayanan, R. M. (2024). A Data-Driven Approach to Modeling Sea Clutter Stochastic Differential Equations. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 60(4), 5312–5321. DOI 10.1109/TAES.2024.3394456.

Référence particulièrement proche de notre problématique : les auteurs utilisent une approche DMD/Koopman pour construire directement un modèle dynamique du clutter de mer et détecter des changements d'état de mer. Elle confirme l'intérêt d'aller au-delà d'une simple PDF d'amplitude.

[10] Li, K., Dai, X., Zhang, Y., Yao, J., & Luo, Y. (2025). Translational compensation and micro-motion feature extraction method of ballistic targets based on dynamic mode decomposition. Systems Engineering and Electronics, 2025.

Travail radar récent où la DMD sert à séparer des composantes de micro-mouvement et à extraire des fréquences de rotation/coning. Il apporte un précédent direct à l'usage de la DMD pour des signatures micro-Doppler.

[11] Choi, J. (2025). One-Shot Parametric Delay-Doppler Estimation in OFDM Radar for ISAC. IEEE Wireless Communications Letters. DOI 10.1109/LWC.2025.3562511.

Utilise la DMD pour une estimation paramétrique délai-Doppler à partir d'une seule trame OFDM, avec un objectif de faible complexité. Cela confirme l'intérêt de DMD sur des observations courtes pour des applications radar agiles.

[12] Coluccia, A., Fascista, A., & Ricci, G. (2020). CFAR Feature Plane: A Novel Framework for the Analysis and Design of Radar Detectors. IEEE Transactions on Signal Processing, 68, 3903–3916. DOI 10.1109/TSP.2020.3000952.

Montre que la détection CFAR peut être pensée dans un espace de caractéristiques où clutter et cible forment des régions distinctes. Cette philosophie est très proche du « CFAR modal » proposé ici, même si les caractéristiques utilisées ne sont pas les mêmes.

[13] Coluccia, A., Fascista, A., & Ricci, G. (2022). Design of Customized Adaptive Radar Detectors in the CFAR Feature Plane. IEEE Transactions on Signal Processing, 70, 5133–5147. DOI 10.1109/TSP.2022.3216372.

Étend l'approche de feature plane à la conception de détecteurs adaptatifs personnalisés sous contrainte de fausse alarme. C'est un cadre théorique pertinent pour transformer notre vecteur DMD en détecteur CFAR rigoureux.

[14] Rohling, H. (1983). Radar CFAR Thresholding in Clutter and Multiple Target Situations. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-19(4), 608–621. DOI 10.1109/TAES.1983.309350.

Référence historique sur le CFAR. Elle fournit le socle de comparaison : les cases adjacentes estiment le clutter pour régler un seuil. Le CFAR modal conserve cette logique locale mais enrichit l'espace statistique.

[15] Mignacca, M., Brugiapaglia, S., & Bramburger, J. J. (2025). Real-time motion detection using dynamic mode decomposition. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 2025, 10. DOI 10.1186/s13640-025-00673-4.

Même hors radar, ce travail est instructif : il construit un détecteur temps réel directement à partir du comportement des valeurs propres DMD et l'évalue par courbes ROC. C'est une analogie méthodologique forte pour la future validation Pd/Pfa.

[16] IEEE Sensors 2025, contribution « A Combined Dynamic Mode Decomposition-Constant False Alarm Rate Algorithm for Near-Real-Time Moving Target Detection » (abstract de conférence).

Contribution très proche de notre architecture : combinaison DMD + CFAR pour détection quasi temps réel sur données FMCW. Le résultat est prometteur mais doit être interprété comme un signal de recherche émergent, moins consolidé qu'un article de revue évalué.

14.1. Ce que la bibliographie confirme — et ce qu'elle ne confirme pas encore

- La DMD est une méthode solide pour extraire fréquences, taux de croissance/décroissance et modes à partir de données temporelles.
- Des variantes online/streaming rendent le calcul récursif compatible avec des contraintes temps réel.
- Le micro-Doppler des structures rotatives est un phénomène radar bien établi et naturellement multimodal.
- Des travaux récents appliquent déjà DMD/Koopman au clutter de mer, à l'extraction de micro-mouvements et à l'estimation délai-Doppler.
- Les feature planes CFAR fournissent un précédent théorique fort pour une décision adaptative dans un espace multiparamètres.
- En revanche, la combinaison exacte proposée ici — temps caractéristiques DMD + modèle modal des cellules adjacentes + seuil CFAR + FFT ciblée après décision — reste à valider comme une architecture nouvelle, notamment par Pd/Pfa et données mesurées.

15. Conclusion et programme de validation

L'étude partait d'un problème radar classique : une faible cible peut être mal décrite par un simple seuil d'amplitude, et l'estimation de vitesse elle-même peut être biaisée. Le rotor offre un cas d'école car sa signature est moins une raie qu'une organisation dynamique. En reconstruisant un espace retardé puis en calculant une DMD, on obtient des valeurs propres dont le module, l'angle, le temps caractéristique et l'énergie modale forment une signature compacte.

Sur 32 échantillons, les simulations montrent que cette signature évolue de manière cohérente lorsque le rotor passe de -6 à +6 dB par rapport au clutter. Le Monte Carlo confirme la tendance malgré une dispersion importante. La conséquence naturelle est de ne pas utiliser une seule statistique, mais un vecteur multiparamètres comparé au modèle local estimé sur les cellules adjacentes.

$$acquisition \rightarrow DMD \rightarrow signature\,dynamique \rightarrow CFAR\,modal \rightarrow décision \rightarrow FFT/projection \rightarrow estimation$$

Le programme de validation peut maintenant être structuré en quatre étapes :

- Établir sous H0 (clutter seul) les distributions multivariées des caractéristiques DMD pour différents états de mer et différentes fenêtres N.
- Définir un score CFAR modal et calibrer le seuil pour une probabilité de fausse alarme imposée.
- Tracer Pd en fonction de K à Pfa fixé et comparer aux détecteurs classiques : CA-CFAR, OS-CFAR, FFT/CFAR et éventuellement GLRT adaptés.
- Tester la robustesse sur données radar réelles : non-stationnarité, bords de clutter, interférences, cibles multiples, erreurs de τ et géométrie variable.

Si ces étapes confirment les résultats exploratoires, la DMD ne serait pas seulement un outil de représentation : elle pourrait devenir une couche de détection dynamique complémentaire des traitements radar classiques, particulièrement adaptée aux cibles faibles mais cohérentes et aux signatures micro-Doppler complexes.